I. FREQUENZSTABILISIERUNG EINES HE-NE-LASERS

II. METHOD FOR MEASURING SMALL OPTICAL LOSSES USING A HE-NE-LASER

INAUGURALDISSERTATION

der
philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bern
zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Hanspeter Brändli

Zürich

Von der philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät auf Antrag von
Herrn Prof. Dr. K.P. Meyer angenommen.

Bern, den 14. Februar 1968 Der Dekan: Prof. Dr. M. Lüscher

Verlag Herbert Lang & Cie AG, Bern, 1969

II. Teil Sonderdruck aus "The Review of Scientific Instruments",
Vol. 39, No. 4, 583–587, April 1968.

I. FREQUENZSTABILISIERUNG EINES HE-NE-LASERS

II. METHOD FOR MEASURING SMALL OPTICAL LOSSES USING A HE-NE-LASER

INAUGURALDISSERTATION

der
philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bern
zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Hanspeter Brändli

Zürich

Von der philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät auf Antrag von
Herrn Prof. Dr. K.P. Meyer angenommen.

Bern, den 14. Februar 1968 Der Dekan: Prof. Dr. M. Lüscher

Verlag Herbert Lang & Cie AG, Bern, 1969

II. Teil Sonderdruck aus "The Review of Scientific Instruments",
Vol. 39, No. 4, 583–587, April 1968.

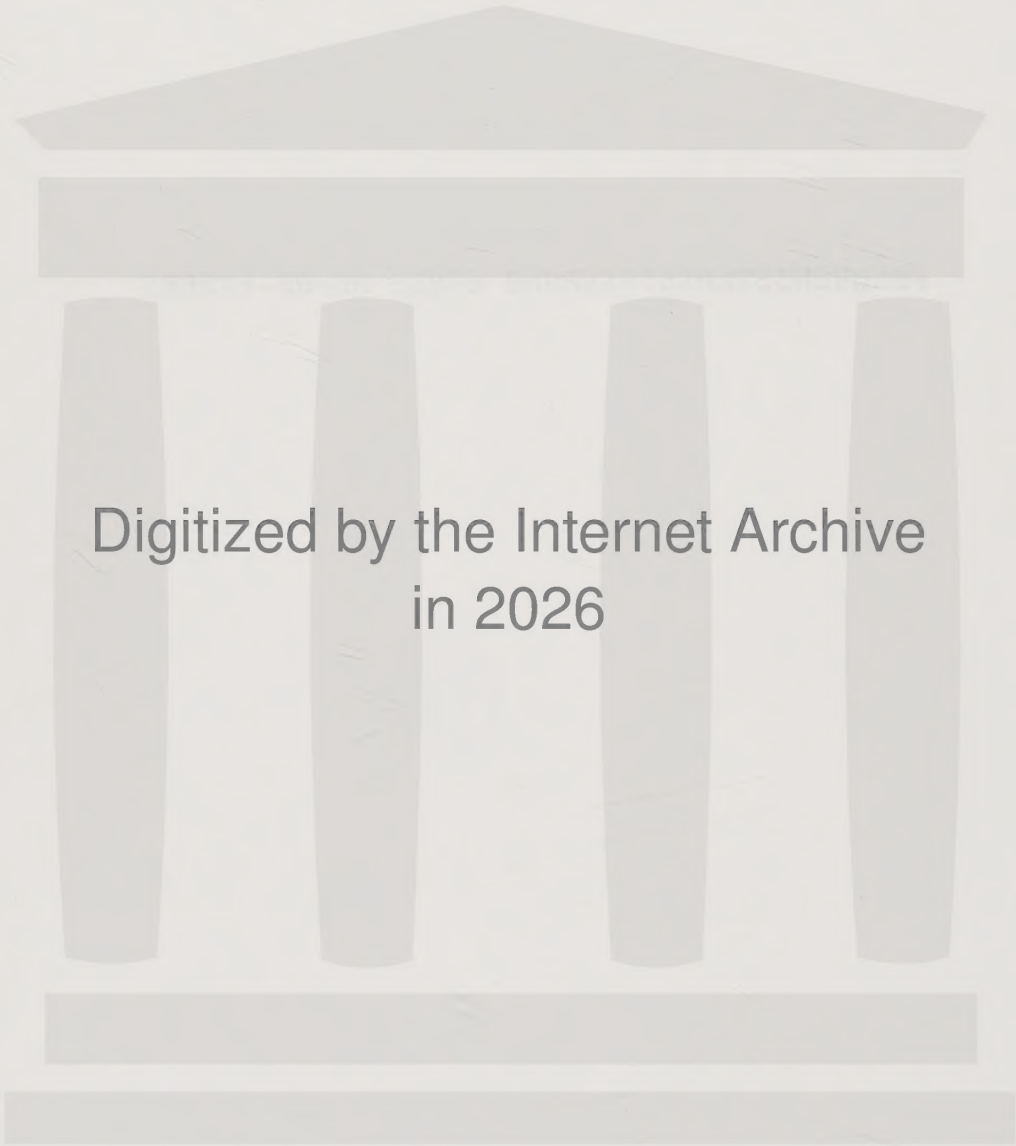
UNIV.
LEIDEN
BIBL.

© Herbert Lang & Cie AG Bern, 1969. Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck oder Vervielfältigung auch auszugsweise in allen Formen wie Mikrofilm, Xerographie, Mikrofiche, Mikrocard, Offset verboten.

Druck: Lang Druck AG, Bern (Schweiz)

FREQUENZSTABILISIERUNG EINES HE-NE-LASERS


Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547616_0041

Zusammenfassung

Es wird eine Methode zur Verbesserung des Verfahrens von White, Gordon und Labuda [1] für die Frequenzstabilisierung eines He-Ne-Lasers vorgeschlagen. Die Frequenzabhängigkeit der Absorption wird vergrössert, indem die Ne-Absorptionszelle zusammen mit einem He-Ne-Verstärkerrohr in einem gemeinsamen Resonator betrieben wird. Dabei wird das Profil der Ne-Absorptionslinie durch longitudinalen Zeeman-Effekt aufgespalten und die Empfindlichkeitssteigerung durch optische Rückkopplung erreicht. Eine theoretische Abschätzung für die relative Frequenzstabilität $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ wird durchgeführt. Für experimentell gut realisierbare Parameter ist eine Verbesserung gegenüber der einfachen Methode von White et al. um einen Faktor 30 zu erwarten. Die notwendige Absorption in der Ne-Zelle liegt in der Grössenordnung von 0,5% gegenüber etwa 30% bei der einfachen Zelle ohne optischen Resonator. Dies ist für die Möglichkeit der Stabilisierung im Sinne eines Wellenlängenstandards von ausschlaggebender Bedeutung.

Stabilitätsmessungen an optischen Resonatoren zeigten, dass die an deren passive Stabilität zu stellenden Anforderungen erfüllt werden können. Während 0,1 sec wurde durch erschütterungsfreie Lagerung und Schallisolation eine relative Frequenzstabilität $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ von 10^{-10} erreicht. - An der experimentellen Verwirklichung des Verfahrens wird gearbeitet.

1. Einleitung

Die Frequenz eines Gaslasers ist bei normalem Betrieb (free running laser) nur bis auf die Breite des Dopplerprofils gegeben. Bei der im folgenden betrachteten 6328 Å - Linie des He-Ne-Lasers beträgt diese 1,6 GHz. Die genaue Lage der Resonanzfrequenz unter dem Dopplerprofil wird durch die optische Länge des Resonators bestimmt. Im folgenden wird immer nur der Betrieb bei einem einzigen axialen Mode betrachtet. Der Betrag der relativen Frequenzschwankung $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ ist der relativen Längenänderung $\frac{\Delta L}{L}$ direkt proportional. Schwankt die optische Länge eines Resonators von 1 m Spiegelabstand um nur 1 µm, so liegen die relativen Frequenzschwankungen bei 10^{-6}. Längenänderungen dieser Grössenordnung treten jedoch infolge Erschütterungen und thermischen Effekten immer auf. Für viele Anwendungen in der Metrologie, bei denen die grosse Kohärenzlänge der Laserstrahlung ausgenutzt wird, bedeutet diese Instabilität der Frequenz einen grossen Nachteil, ist doch der Kr^{86}-Wellenlängenstandard auf 3.10^{-9} reproduzierbar. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass für viele Anwendungen die Stabilität der Wellenlänge massgebend ist, während in der Laserphysik durchwegs der Ausdruck "Frequenzstabilisierung" und nicht "Wellenlängenstabilisierung" gebräuchlich ist.

Es sind bereits mehrere Methoden zur Stabilisierung der Frequenz eines Gaslasers beschrieben worden, bei denen ein aktives Steuersystem die Frequenz der Laserlinie an die Mitte des dopplerverbreiterten Spektralüberganges ankoppelt [1]. Bei den meisten Methoden wird als Referenzfrequenz die Mitte der Spektrallinie derjenigen Ne-Atome verwendet, die sich im Entladungsrohr des zu stabilisierenden Lasers selbst befinden. Dies ist für die Erzielung einer absoluten Frequenzstabilisierung sehr ungünstig, da dann nämlich die Referenzfrequenz ihrerseits vom He-Ne-Mischungsverhältnis, dem totalen Gasdruck, der Temperatur und dem Anregungsstrom im Entladungsrohr abhängt [2]. Die Stabilisierung des He-Ne-Mischungsverhältnisses und des totalen Gasdruckes ist praktisch nicht möglich, so dass schon deswegen eine absolute Stabilisierung mit all diesen Verfahren nicht in Frage kommt.

Als erster Schritt zur Verbesserung dieser Situation kann die Methode von White, Gordon und Labuda [3] betrachtet werden, bei der die Referenzfrequenz nicht im zu stabilisierenden Laser selbst erzeugt wird. In einer Ne-Absorptionszelle mit longitudinalem Magnetfeld wird die Absorptionsdifferenz zwischen der rechts- und der linkszirkular-polarisierten Komponente des Lichtes des zu stabilisierenden Lasers gemessen. In dieser Absorptionszelle muss natürlich das untere Laserniveau durch eine Gasentladung angeregt sein. Somit wird die Referenzfrequenz in einem Entladungsrohr mit reinem Neon und ohne Beeinflussung durch die Betriebsdaten des zu stabilisierenden Lasers erzeugt. Die Empfindlichkeit der Methode ist durch die Variation der Absorption für die rechts- und linkszirkulare Komponente in der Ne-Zelle als Funktion der Frequenz des einfallenden Lichtes gegeben. Die von White mit dieser Referenzfrequenz erreichte relative Frequenzstabilität $\frac{\Delta \nu}{\nu}$ beträgt 10^{-9} und wurde in einer verbesserten Variante seines Verfahrens auf 3.10^{-10} gebracht [4].

Im folgenden wird ein Vorschlag zur Steigerung der Empfindlichkeit dieser Methode und damit zur Verbesserung der Frequenzstabilität gemacht. Dabei wird die Empfindlichkeit dadurch gesteigert, dass die Ne-Absorptionszelle mit Zeeman aufgespaltenem Absorptionsprofil zusammen mit einem Laserverstärkerrohr in einem gemeinsamen Resonator betrieben wird. Durch die optische Rückkopplung in diesem Resonator wird erreicht, dass die Frequenzabhängigkeit der resultierenden Resonanzverstärkung viel grösser ist als die Frequenzabhängigkeit der Absorption in der einfachen Absorptionszelle ohne optische Rückkopplung. Daraus ergibt sich die Möglichkeit, mit wesentlich kleineren Absorptionswerten zu arbeiten und die Betriebsbedingungen der Ne-Zelle (Druck, Anregungsstrom, geometrische Abmessungen) in weiteren Grenzen als bei White zu wählen. Damit wird eine Stabilisierung mit einem reproduzierbaren Absolutwert im Sinne eines Wellenlängenstandards möglich [2].

Die vorliegende Arbeit behandelt zwei Teilfragen aus unserem oben beschriebenen Verfahren zur Frequenzstabilisierung. Zuerst wird die erreichbare Stabilitätssteigerung theoretisch abgeschätzt. Im weiteren wurde die Grenze der erreichbaren passiven Stabilität von optischen Resonatoren experimentell ermittelt.

2. Abschätzung der erreichbaren Stabilität

2.1 Laserverstärker und Absorptionszelle mit Zeeman-aufgespaltener Linie in einer gemeinsamen Kavität

Für eine Anordnung nach Fig. 1 gilt für den Verstärkungsfaktor G (Verhältnis der Ausgangs- zur Eingangsintensität) [5]:

$$G(\nu,L) = \frac{T^2 G_o (1 - A)}{\left[1 - RG_o(1 - A)\right]^2 + 4RG_o(1-A)\sin^2 \frac{2\pi\nu L}{c}} \qquad (1)$$

R und T sind Reflexion und Transmission der beiden Resonatorspiegel, L ist die optische Länge des Resonators, c die Vakuumlichtgeschwindigkeit und ν die Frequenz des einfallenden Lichtes. G_o ist die Einwegverstärkung (single pass gain) des Laserverstärkers und A ist die Absorption der Zelle; beide Grössen sind Funktionen von ν. Wenn die optische Länge des Resonators kontinuierlich variiert wird, durchläuft der Verstärkungsfaktor $G(\nu,L)$ scharfe Resonanzen, die um den Betrag $\Delta L = \lambda/2$ getrennt sind (Fig. 2). In den Resonanzstellen ergibt sich somit der Verstärkungsfaktor $G^{res}(\nu)$ zu

$$G^{res}(\nu) = \frac{T^2 G_o (1 - A)}{\left[1-RG_o(1-A)\right]^2} \qquad (2)$$

und die Halbwertsbreite δL der Resonanz wird

$$\delta L = \frac{Tc}{2\pi\nu\sqrt{R}} \frac{1}{\sqrt{G^{res}}} \qquad (3)$$

Das Verhältnis der Halbwertsbreite zum Abstand der Resonanzen ist somit gegeben durch

$$\frac{\delta L}{\Delta L} = \frac{T}{\pi\sqrt{R}} \frac{1}{\sqrt{G^{res}}} \qquad (4)$$

Fällt das Licht des zu stabilisierenden Lasers auf den Messresonator (Fig. 1), so erfährt es eine Verstärkung, die stark frequenzabhängig und nur in den Resonanzstellen wesentlich wird.

Die folgenden Rechnungen sollen zeigen, dass die Frequenzabhängigkeit von G^{res} für eine Anordnung gemäss Fig. 1 mit einem axialen Magnetfeld in der Absorptionszelle grösser ist als die ent-

sprechende Frequenzabhängigkeit der Absorption bei der ursprünglichen Methode von White et al. Die Resonanzspitzen werden durch periodische Aenderung der optischen Länge der Verstärkerkavität (Messkavität) abgetastet. Für die Rechnung wird die dimensionslose Frequenzvariable $x = \frac{\nu - \nu_o}{(\Delta\nu)_D}$ eingeführt. ν_o ist die Frequenz im Zentrum des unverschobenen Dopplerprofils (Referenzfrequenz) und $(\Delta\nu)_D$ ist die Dopplerbreite (Abfall auf den e-ten Teil). Das einfallende zirkular polarisierte Licht wird gemäss dem Dopplerprofil mit dem Zentrum bei ν_o verstärkt, während die Absorption durch die um $(\Delta\nu)_{Zeeman} = (\Delta\nu)_D \, x_1$ verschobene Linie gegeben ist (Fig. 3).

Um die Empfindlichkeit der Methode abzuschätzen, muss die Abhängigkeit der Resonanzverstärkung von der Frequenz des zu stabilisierenden Lasers berechnet werden. Diese Abhängigkeit ist durch die Steigung $\frac{\partial G^{res}}{\partial x}$ an der Stelle $x = 0$ für eine bestimmte Spiegeltransmission, Absorption in der Ne-Zelle, Einwegverstärkung und Zeemanaufspaltung gegeben.

Absorption und Verstärkung sind Gaussfunktionen:

$$A = a \, e^{-(x-x_1)^2} \qquad G_o = 1 + g \, e^{-x^2}$$

Im Experiment haben die dimensionslosen Grössen a,g und T die Grössenordnung von 1%. Deshalb kann der Ausdruck für G^{res} nach Gleichung (2) mit einer Genauigkeit von einigen Prozenten näherungsweise folgendermassen dargestellt werden:

$$G^{res} = \left[1 + \frac{a}{T} e^{-(x-x_1)^2} - \frac{g}{T} e^{-x^2} \right]^{-2} \qquad (5)$$

Dabei sind die Spiegel verlustfrei angenommen, d.h. es gilt $R + T = 1$. Der Verlauf der Resonanzverstärkung als Funktion von x ist in Fig. 4 gegeben. Wegen des Magnetfeldes in der Absorptionszelle werden die Maxima für beide Polarisationen bezüglich der ursprünglichen Lage ($x = 0$) verschoben. Mit den gleichen Näherungen wie für Gl. (5) kann auch die Steigung der Resonanzverstärkung als Funktion der Frequenz an der Stelle $x = 0$ dargestellt werden:

$$\left.\frac{\partial G^{res}}{\partial x}\right|_{x=o} = -4 \frac{\frac{a}{T} x_1 e^{-x_1^2}}{\left[1 + \frac{a}{T} e^{-x_1^2} - \frac{g}{T}\right]^3} \tag{6}$$

Mit der Bedingung $\frac{\partial G^{res}}{\partial x} = 0$ finden wir die Lage des Maximums der Resonanzverstärkung x_m:

$$a(x_m - x_1)\, e^{2x_m x_1 - x_1^2} = x_m g \tag{7}$$

Weiterhin muss die Bedingung erfüllt bleiben, dass die grösstmögliche Resonanzverstärkung G^{res}_{max} endlich bleibt, da im Messresonator keine Oszillation auftreten darf. Setzt man $G^{res}(x=x_m) = G^{res}_{max} = 1/\varepsilon^2$ mit $\varepsilon > o$, so ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (5)

$$1 + \frac{a}{T} e^{-(x_m - x_1)^2} - \frac{g}{T} e^{-x_m^2} = \varepsilon \tag{8}$$

Da es sich bei den Beziehungen (7) und (8) um transzendente Gleichungen in der Unbekannten x_m handelt, kann keine explizite Lösung gefunden werden. Es ist deshalb vorteilhaft, die Grössen T, x_1, x_m und ε als gegebene Parameter aufzufassen und die obigen Gleichungen für a und g zu lösen.

Als Lösungen ergeben sich die folgenden Beziehungen

$$a = -T \frac{x_m}{x_1} (1 - \varepsilon)\, e^{(x_m - x_1)^2} \tag{9a}$$

$$g = T \frac{x_1 - x_m}{x_1} (1 - \varepsilon)\, e^{x_m^2} \tag{9b}$$

Da a und g proportional zu T sind, bestimmen die Gleichungen (9a) und (9b) die Verhältnisse a/T und g/T für vorgegebene Werte der Parameter x_1, x_m, und ε.

Nun kann die Gleichung (6) weiter behandelt und eine Näherung für die Grösse $\frac{\partial G^{res}}{\partial x}\Big|_{x=0}$ gegeben werden. In (6) setzt man die Verhältnisse a/T und g/T nach (9a) und (9b) ein. Für x_m und ε werden Werte in der Grössenordnung von 10^{-1} und für x_1 von der Grössenordnung 1 angenommen, was gut realisierbaren experimentellen Bedingungen entspricht. Die Entwicklung der Exponentialfunktionen unter Vernachlässigung derjenigen Terme, deren Beitrag unter 10% bleibt, liefert für die Frequenzempfindlichkeit:

$$\frac{\partial G^{res}}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{4\, x_m}{(\varepsilon + x_m^2)^3} \tag{10}$$

Mit den gleichen Näherungen können (9a) und (9b) folgendermassen geschrieben werden:

$$\frac{a}{T} = -\frac{x_m}{x_1}\, e^{x_1^2} \tag{11a}$$

$$\frac{g}{T} = 1 \tag{11b}$$

Die Frequenzempfindlichkeit der Resonanzverstärkung an der Stelle x=0 ist also darstellbar als eine Funktion der beiden Variablen x_m und ε allein. Für einen gegebenen Wert von ε kann nun die Empfindlichkeit durch geeignete Wahl von x_m optimalisiert werden.

Aus der Optimalisierungsbedingung $\frac{\partial}{\partial x_m}\left(\frac{\partial G^{res}}{\partial x}\Big|_{x=0}\right) = 0$ ergibt sich das optimale x_m zu

$$x_m = \sqrt{\frac{\varepsilon}{5}} \tag{12}$$

Aus den Beziehungen (10) und (12) kann die optimale Empfindlichkeit berechnet werden, wo nun wieder G^{res}_{max} für $\frac{1}{\varepsilon^2}$ eingesetzt ist

$$\frac{\partial G^{res}}{\partial x}\Big|_{x=0}^{opt} = \frac{4}{\sqrt{5}}\left(\frac{5}{6}\right)^3 (G^{res}_{max})^{5/4} \tag{13}$$

Um die Verbesserung der Stabilität gegenüber der ursprünglichen Methode von White et al. anzugeben, ist es zweckmässig, den durch White [1] definierten Empfindlichkeitsparameter (slope parameter) S einzuführen. S ist definiert als

$$S = \frac{1}{P}\frac{dP}{d\delta} \tag{14a}$$

und gibt die relative Aenderung der Ausgangsleistung P für eine Aenderung der Frequenz $\delta = \frac{\nu}{(\Delta\nu)_{1/2}}$ an. Dabei bedeutet $(\Delta\nu)_{1/2}$ die Halbwertsbreite der Dopplerlinie. Mit unseren Symbolen ergibt sich für S:

$$S = \frac{1}{G^{res}}\bigg|_{x=0} \cdot \frac{dG^{res}}{d\nu}\bigg|_{x=0}^{opt} (\Delta\nu)_{1/2} \tag{14b}$$

Die Resonanzverstärkung an der Stelle x=0 ist durch (5) gegeben. Unter Benutzung der gleichen Näherungen wie bei der Ableitung von (10) und (11) folgt:

$$G^{res}\ (x=0) = \left(\frac{5}{6}\right)^2 G^{res}_{max} \tag{15}$$

Durch Einsetzen von (13) und (15) ergibt sich für den Empfindlichkeitsparameter von White:

$$S = \frac{4}{\sqrt{5}}\ \frac{5}{6}\ (G^{res}_{max})^{1/4}\ \frac{(\Delta\nu)_{1/2}}{(\Delta\nu)_D} = 2{,}5\ (G^{res}_{max})^{1/4} \tag{16}$$

2.2. Abschätzung der erreichbaren Stabilitätssteigerung

Die Grösse der minimal detektierbaren Frequenzänderung $\Delta\nu$ des zu stabilisierenden Lasers ist bei einem Signal-Rausch-Verhältnis von 1 im Detektionssystem durch die Beziehung

$$\frac{i_S}{i_R} = S\ \frac{\Delta\nu}{(\Delta\nu)_{1/2}}\ \sqrt{\frac{1}{p_R}} = 1 \tag{17}$$

gegeben [1]. Dabei ist i_S der Signal- und i_R der Rauschstrom im Photodetektor und p_R die relative Rauschleistung $\frac{P_R}{P}$ des ganzen Systems, wo P resp. P_R die absolute Leistung resp. Rausch-

leistung bedeutet. In der ursprünglichen Methode von White besteht p_R nur aus dem Shot-Rauschen p_S des Photodetektors und kann durch die Quantenausbeute σ der Photokathode und die totale Bandbreite B des Detektors ausgedrückt werden [1)]

$$p_S = \frac{2h\nu}{P\sigma} B \tag{18}$$

Der Messresonator mit dem He-Ne-Verstärker bedeutet jedoch eine zusätzliche Rauschquelle, da die spontane Emission des Verstärkers durch die Ueberlagerung mit dem Laserlicht auf der Photokathode des Empfängers zu Mischfrequenzen und damit zu einer niederfrequenten Rauschkomponente im Photostrom Anlass gibt. Dieser Effekt wurde von L.J. Prescott und A. van der Ziel untersucht [6)]. Im folgenden wird der Anteil dieser zusätzlichen Rauschquelle berechnet, damit die Beziehung (17) ausgewertet werden kann.

Die Rauschleistung P_E der spontanen Emission in einem Laserverstärker ohne optische Rückkopplung ist durch die Beziehung

$$P_E = h\nu\Delta\nu(G_o-1) \frac{N_2}{N_2-N_1} \tag{19}$$

gegeben [7)]. Dabei ist $h\nu$ die Quantenenergie der Photonen, $\Delta\nu$ die Linienbreite des Spektralüberganges, G_o der Verstärkungsfaktor pro Durchgang und $N_{1,2}$ die Besetzungszahlen des unteren resp. oberen Laserniveaus. Für einen rückgekoppelten Laserverstärker in einem optischen Resonator gilt für die spektrale Rauschleistung $P_E(\nu)$ im Frequenzintervall $d\nu$ [7)]:

$$P_E(\nu)\, d\nu = h\nu d\nu(G_o-1) \frac{N_2}{N_2-N_1} T (RG_o+1) \frac{1}{(1-RG_o)^2 + 4RG_o \sin^2 \frac{2\pi\nu L}{c}} \tag{20}$$

Der Faktor T (Transmission des Auskopplungsspiegels) steht für die Abschwächung der Rauschleistung durch die Auskopplung und der Faktor (RG_o+1) berücksichtigt die Tatsache, dass für die totale Rauschemission der Leistungszuwachs nach zwei Durchgängen massgebend ist. Der letzte Faktor beschreibt das Resonanzverhalten

des Fabry-Perot, wobei L wiederum die optische Länge des Resonators ist. Wird die Ne-Absorptionszelle und das Verstärkerrohr in der Messkavität für diese Ueberlegungen als ein Element aufgefasst [8], so lässt sich (20) mit der Beziehung (1) für $A \leq 0$ schreiben als:

$$P_E(\nu)\, d\nu = h\nu\, d\nu \frac{N_2}{N_2-N_1} \frac{(RG_o+1)(G_o-1)}{TG_o} G(\nu,L) \qquad (21)$$

Unter der Annahme von verlustfreien Spiegeln ($R + T = 1$) und bei einer Einwegverstärkung $G_o \approx 1{,}01$ sowie einer Spiegeltransmission $T \approx 1\%$ wird (21) im Rahmen der bisherigen Näherungen:

$$P_E(\nu)\, d\nu = 2\, h\nu \frac{N_2}{N_2-N_1} G(\nu,L) d\nu \qquad (22)$$

Die relative Rauschleistung $p_M(\nu-\nu_o)$ der Mischfrequenzen in einem quadratischen Detektor ist durch die Beziehung

$$p_M(\nu-\nu_o) = 8 \frac{P_E(\nu)}{P} B \qquad (23)$$

gegeben [6]. Dabei ist ν_o die Signalfrequenz und B die Bandbreite des Detektors. Diese wird durch die Bandbreite B' des Regelsystems stark eingeschränkt, da B' bei den in Frage kommenden Systemen immer kleiner als 10 kHz angenommen werden kann. Mit der Bedingung $B' < 10$ kHz kann $G(\nu,L)$ über die ganze Bandbreite als konstant gleich $G^{res}(x=0)$ gesetzt werden. Somit ergibt sich für die relative Rauschleistung des Laserverstärkers unter Verwendung von (15), (22) und (23) im Frequenzintervall B'

$$p_M = 16 \left(\frac{5}{6}\right)^2 \frac{N_2}{N_2-N_1} \frac{h\nu}{P} G^{res}_{max} B' \qquad (24)$$

Mit der totalen relativen Rauschleistung $p_R = p_M$ des gesamten Systems folgt somit für die Beziehung (17) mit (18) und (24):

$$\frac{i_S}{i_S} = 1 = S \frac{\Delta\nu}{(\Delta\nu)_{1/2}} \frac{1}{\sqrt{B'}} \left[\frac{2h\nu}{P\sigma} + \frac{100}{9} \frac{h\nu}{P} \frac{N_2}{N_2-N_1} G^{res}_{max}\right]^{-1/2} \qquad (25)$$

Für die numerische Auswertung werden die folgenden Werte für die experimentellen Parameter angenommen:

$$S = 7{,}9 \qquad B' = 10 \text{ Hz}$$
$$P = 200\ \mu W \qquad \sigma = 4\ \%$$

Der Wert von 7,9 für den Empfindlichkeitsparameter S entspricht nach (16) einer maximalen Resonanzverstärkung G_{max}^{res} von 100, die experimentell noch ohne Gefahr von Oszillationen erreicht werden konnte. Das Verhältnis der spontanen zur stimulierten Emission $\frac{N_2}{N_2-N_1}$ wird als 0,1 angenommen [7].

Für die 6328 Å Linie ergibt sich mit den obigen Annahmen aus (25) eine minimal detektierbare Frequenzschwankung $\Delta\nu$ von 0,32 kHz, was einer relativen Stabilisierung $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ von $6{,}4.10^{-13}$ entspricht. Diese Grösse kann direkt mit der von White [1] berechneten theoretischen Grenze von $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 2.10^{-11}$ für seine Methode verglichen werden. Es ist also zu erwarten, dass die Verwendung eines zusätzlichen Messresonators mit Laserverstärker eine Verringerung der Frequenzschwankungen gegenüber der Methode nach White um einen Faktor 30 ergibt.

Mit dem Wert von 100 für G_{max}^{res} (resp. 0,1 für ε) ergibt sich unter Verwendung von Gleichung (12) x_m zu 0,14. Nun kann gemäss der Beziehung (9a) auch die notwendige Absorption a in der Ne-Absorptionszelle berechnet werden, die sich mit einer Spiegeltransmission T von 1 % zu 0,38 % ergibt. Die Wahl von $x_1 = 1$, d.h. Aufspaltung um die Dopplerbreite, erfordert ein Magnetfeld von ~350 G.

3. Untersuchung der passiven Stabilität von optischen Resonatoren

3.1. Zweck der Messungen

Da beim vorliegenden Problem das elektronische Regelsystem nur relativ langsame Längenschwankungen (bis ca. 10 Hz) des zu stabilisierenden Lasers ausregeln kann, müssen rasche Schwankungen durch passive Massnahmen verhindert werden. Die Messungen sollen zeigen, bis zu welcher unteren Grenze der Störfrequenzen eine passive Stabilisierung in der Grössenordnung von $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 10^{-10}$ möglich ist. Es können damit wesentliche Aufschlüsse über die erforderliche Bandbreite des Regelsystems gewonnen werden. Alle Messungen wurden mit den gleichen Resonatoren einmal auf einem erschütterungsfrei gelagerten Steintisch mit Schallisolation und dann nochmals in einem schalltoten Raum durchgeführt.

3.2. Die optischen Resonatoren

Beim Aufbau der Resonatoren wurde bewusst auf eine besonders stabile Konstruktion verzichtet, die einfaches Experimentieren (z.B. Auswechseln von Laserrohren, Feinjustierung und andere Aenderungen) verhindert hätte und die erforderliche Stabilität durch "externe" Massnahmen (siehe Abschnitt 3.3.) gewährleistet. Die Spiegelhalterungen wurden je mit 3 Invarstäben (Ø = 15 mm, thermischer Ausdehnungskoeffizient = $0{,}8.10^{-6}$/Grad) verbunden. Auf jeder optischen Schiene wurde immer nur eine Spiegelhalterung fixiert, um Dejustierungen, bedingt durch die unterschiedlichen Ausdehnungskoeffizienten des Schienenmaterials und der Invarstäbe, zu verhindern.

Als Resonatorspiegel wurden dielektrische Beläge*) auf BK-7 Glas mit einer Ebenheit von $\lambda/20$ verwendet. Die Qualität der Spiegel wurde in einer speziellen Messerie geprüft [9], wobei sich Verluste in den dielektrischen Schichten von 0,2% bis 0,5% ergaben.

---

*Laser-Beläge der Firma Balzers, AG für Hochvakuumtechnik und dünne Schichten, Balzers (Fürstentum Liechtenstein).

3.3. Aufstellung der Resonatoren

3.3.1. Steintisch mit Schallisolation

Erste Vorversuche hatten gezeigt, dass die Lagerung der Resonatoren auf einem Doppel-T-Eisenträger infolge der Eigenschwingungen des Trägers keine befriedigende Stabilität ergab. Für die Messungen wurde daher ein Kunststein-Tisch (200 cm x 100 cm) mit einer Schallisolations-Haube verwendet. Die Tischplatte mit einem Gewicht von 460 kg wird von 2 Kunststein-Sockeln (Gewicht je 300 kg) getragen. Zur Isolation gegenüber Gebäudeschwingungen befinden sich zwischen den Sockeln und der Tischplatte 4 Dämpfungselemente *), die gemäss Angaben der Herstellerfirma zusammen mit der Tischplatte eine Eigenfrequenz von 4 Hz ergeben.

Um die Versuchsanordnungen gegen durch die Luft übertragene akustische Schwingungen zu isolieren, kann auf die Tischplatte eine Schallisolations-Haube aufgesetzt werden. Die Wände der Haube bestehen aus 10 mm dicken Gipsplatten, die innen mit 2 mm dickem Bleiblech und mit Schallabsorptions-Matten ausgekleidet sind. Das totale Gewicht der Haube beträgt 135 kg, was eine Flächendichte der Wände von rund 2,4 gr/cm^2 ergibt. Als Experimentierraum steht ein Volumen von 200 x 100 x 50 cm^3 zur Verfügung.

3.3.2. Versuchsaufbau in einem schalltoten Raum

Um bezüglich Schallisolation optimale Verhältnisse zu schaffen, wurde die Stabilität der Resonatoren auch in einem schalltoten Raum **) ausgemessen. Dieser besteht aus einem Beton-Hohlraum von 170 t Gewicht, der auf Federn gelagert und akustisch durch einen Luft-Zwischenraum von etwa 40 cm vom Gebäude entkoppelt ist. Innen ist der Raum zur Schallabsorption und zur Vermeidung von Wandreflexionen mit Glasfaserkeilen ausgekleidet. Als Fussboden dient ein Drahtnetz auf halber Höhe des Raumes.

---

*) Vibrachoc-Ganzmetalldämpfer Typ V 256-11 (Rosta Werk, CH-5502 Hunzenschwil, (Schweiz).

**) Eidgenössisches Amt für Mass und Gewicht, CH-3084 Bern-Wabern, (Schweiz).

Um Dejustierungen der Versuchsaufbauten durch die wechselnde Belastung des Drahtnetzes beim Betreten und Verlassen des Raumes zu vermeiden, wurde der Arbeitstisch an 4 Drahtseilen an der Decke aufgehängt. Erste Messungen zeigten jedoch, dass trotz der speziellen Lagerung des Betonhohlraumes merkliche Gebäudeerschütterungen auf die Resonatoren übertragen wurden. Deshalb wurde als Arbeitsfläche eine Marmorplatte (Gewicht 117 kg) verwendet, die mit 4 Dämpfungselementen *) auf dem Arbeitstisch gelagert war (Eigenfrequenz 3 Hz).

3.4. Stabilitätsmessungen an Laserresonatoren

3.4.1. Optisch und mechanisch gekoppelte Resonatoren

Eine erste Serie von Messungen wurde an Resonatoren ausgeführt, die mechanisch untereinander gekoppelt sind. Die Anordnung besteht aus zwei Resonatoren mit einem gemeinsamen Mittelspiegel (Fig. 5), wobei ein Resonator als Laser-Oszillator und der andere als eigentlicher Messresonator im Sinne von Abschnitt 2.1. dient. Die drei Spiegelhalterungen sind durch Invarstäbe miteinander verbunden und stehen auf der gleichen optischen Schiene, die beiden Resonatoren sind also mechanisch nicht unabhängig voneinander. Im Oszillator wurde ein Laserrohr (Spectra-Physics, Typ 130 JO-3176) mit 3 mm Innendurchmesser und 30 cm Entladungslänge verwendet. Zur periodischen Längenänderung des Messresonators wurde der Aussenspiegel auf ein Piezokeramik-Rohr **) (Länge = 38,1 mm, Wandstärke = 3,18 mm) montiert. Dieses Piezokeramik-Rohr (Elektroden sind die ganze innere und äussere Mantelfläche) ändert seine Länge beim Anlegen einer elektrischen Spannung, ohne dabei durch zusätzliches Verkippen des bewegten Spiegels die Justierung zu beeinflussen. Zur Längenmodulation des Messresonators wurde eine sinusförmige Wechselspannung von 50 Hz angelegt. Um mechanische Rückwirkungen auf das gesamte System möglichst klein zu halten, wurde die aus Piezokeramik-Rohr und Spiegel bestehende Einheit im Schwerpunkt gehaltert [10].

---

*) Vibrachoc-Ganzmetalldämpfer Typ W 227-7

**)Piezoelektrisches Keramik-Rohr PZT - 5 (polykristalline Bleizirkon- und Titan-Keramik) der Firma Brush Crystal Co.Ltd.

Der zeitliche Verlauf der Ausgangsintensität wurde gleichzeitig auf beiden Seiten mit Photomultipliern (Philips 160 CVP) ausgemessen. Multiplier 1 misst die Ausgangsintensität des Messresonators und Multiplier 2 dient als Monitor für den Oszillator. Die Horizontalablenkung des Oszillographen ist proportional zur Wobbelspannung an der Piezokeramik, so dass direkt der Verlauf der Ausgangsintensität in Funktion der Längenänderung des Messresonators auf dem Bildschirm erscheint. Auf eine optische Entkopplung der beiden Resonatoren wurde verzichtet, da die Rückwirkungen des Messresonators auf den Oszillator bei diesen Untersuchungen nicht stören.

Der Verschiebungsbereich der Resonanzstelle während der Beobachtungsdauer entspricht den Längenänderungen des einen Resonators gegenüber dem andern und gibt damit einen Aufschluss über die Stabilität der gesamten Anordnung. Da jedoch die Resonatoren mechanisch gekoppelt sind, ist ein Rückschluss auf die absolute passive Stabilität eines einzelnen Resonators nicht möglich. Die Messresultate sind in Tabelle 1 zusammengestellt und werden im Abschnitt 3.4.4. diskutiert.

3.4.2. Optisch gekoppelte Resonatoren ohne mechanische Kopplung

Eine zweite Messerie wurde an Resonatoren durchgeführt, die wohl eine optische, aber keine mechanische Kopplung aufwiesen. Der Versuchsaufbau ist schematisch in Fig. 6 dargestellt. Im Oszillator wurde ein selbst angefertigtes Verstärkerrohr von 3 mm Innendurchmesser und 50 cm Entladungslänge verwendet. Der zweite Resonator (Messresonator) enthält zur Entdämpfung ein Laserrohr (Spectra-Physics, Typ 130 JO-3176), das als Verstärker und nicht als Oszillator betrieben wurde. Zwischen den beiden Resonatoren befand sich ausser der Linse zur Mode-Anpassung [11] ein Graufilter mit 1% Transmission zur Herabsetzung der Rückwirkungen des Messresonators auf den Oszillator. Zur periodischen Längenänderung des Messresonators und zur Analyse der Ausgangsintensitäten wurde die gleiche Technik wie bei den unter 3.4.1. beschriebenen Messungen benutzt. Figur 7 zeigt einen typischen Verlauf der Ausgangsintensität des Messresonators als Funktion der Wobbelspannung, d.h.

des Spiegelabstandes. Die Stabilität wurde wiederum aus dem Verschiebungsbereich der Resonanzstelle während der Beobachtungsdauer ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 2 dargestellt und werden ebenfalls im Abschnitt 3.4.4. näher erläutert.

Da es sich um zwei mechanisch unabhängige Resonatoren handelt, kann aus der Messung der Schwankung der Resonatoren gegeneinander die Instabilität jedes Einzelnen bestimmt werden. Zudem lassen sich die in Längeneinheiten gemessene Schwankungen in Frequenzeinheiten umrechnen, was einen direkten Vergleich der Resultate mit denjenigen der Mischfrequenz-Experimente (siehe 3.4.3.) ermöglicht.

Die gemessene Schwankungsbreite ΔL setzt sich aus den unabhängigen Schwankungen ΔL_i der einzelnen Resonatoren statistisch gemäss der Beziehung

$$\Delta L = \sqrt{\Delta L_1^2 + \Delta L_2^2} \tag{26}$$

zusammen. Da die relativen Längenänderungen der beiden Resonatoren als gleich angenommen werden können, kann die Beziehung (26) mit

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{\Delta L_2}{L_2} \tag{27}$$

als

$$\Delta L = \sqrt{\Delta L_1^2 + \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Delta L_1^2} = \frac{\Delta L_1}{L_1}\sqrt{L_1^2 + L_2^2} \tag{28}$$

geschrieben werden. Dabei bedeuten die L_i die optischen Längen der Resonatoren. Gleichung (28) erlaubt die Bestimmung der Schwankungen eines einzelnen Resonators aus der Messung der Schwankung ΔL.

Analog der Längenschwankung ΔL kann auch die Schwankungsbreite der Frequenz $\Delta\nu$ als

$$\Delta\nu = \sqrt{\Delta\nu_1^2 + \Delta\nu_2^2} \tag{29}$$

geschrieben werden, wobei die Schwankungen der einzelnen Resonatoren durch $\Delta\nu_i$ gegeben sind.
Ferner gilt:

$$\frac{\Delta L_i}{L_i} = -\frac{\Delta\nu_i}{\nu_i} \tag{30}$$

Berücksichtigt man, dass die Frequenzen ν_i in beiden Resonatoren gleich sind, so ergibt sich mit (27):

$$\Delta\nu = \sqrt{2}\,\Delta\nu_i \tag{31}$$

Unter Berücksichtigung der Beziehungen (28), (30) und (31) ergibt sich somit:

$$\Delta L = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\Delta\nu}{\nu_i} \sqrt{L_1^2 + L_2^2} \tag{32}$$

Bei der Zusammenfassung der Messresultate in Tabelle 2 wurde die Umrechnung der Längen- ind Frequenzschwankungen gemäss der Gleichung (32) durchgeführt.

3.4.3. Mischfrequenzmessungen

Einen weiteren Aufschluss über die Stabilitätsverhältnisse gibt die Untersuchung der Schwankungen der Differenzfrequenz zweier unabhängiger Laseroszillatoren [12] (Fig. 8). Für diese Messungen wurden die gleichen Resonatoren wie für die Untersuchungen an den mechanisch entkoppelten Resonatoren verwendet. Die Strahlen der beiden unabhängigen Laseroszillatoren wurden auf der Photokathode eines Multipliers zur Deckung gebracht. Die Angleichung der beiden Wellenfronten am Ort der Photokathode erfolgte mit einer Linse, wobei zur Berechnung von Brennweite und Position die Beziehungen zur Modeanpassung zweier Resonatoren nach R.L. Fork et al. benutzt wurden.

Die frequenzmässige Analyse des Multipliersignals erfolgte mit einem Frequenzanalysator (Typ Singer Metrics, Modell RF-4a). Die Differenzfrequenz wurde durch Längenänderung des einen Resonators mit einem Piezokeramik-Element auf etwa 75 MHz eingestellt. Die Schwankungen der Differenzfrequenz während der Beobachtungsdauer ergibt direkt die gegenseitige Frequenzschwankung der beiden Laseroszillatoren, und gemäss Beziehung (31) die Breite der Frequenzschwankung eines der beiden Laser. Nach Beziehung (32) können auch die Längenschwankungen ermittelt werden. Figur 9 zeigt das Mischfrequenzsignal auf dem Bildschirm des Frequenzanalysators für verschiedene Beobachtungsdauern. Die Resultate sind in Tabelle 3 zusammengestellt und werden im folgenden Abschnitt mit denjenigen der anderen Messreihen verglichen.

3.4.4. Diskussion der Messresultate

Die Messresultate zeigen, dass die gewünschte passive Stabilität (siehe 3.1.) von optischen Resonatoren sowohl mit der Anordnung auf dem Steintisch (mit Schallisolation) als auch im schalltoten Raum erreicht werden kann, wobei die Resultate im schalltoten Raum allgemein etwa 5 bis 10 mal besser sind. Die gegenseitigen Frequenzschwankungen zweier unabhängiger Resonatoren betrugen für eine Beobachtungsdauer von 0,1 sec etwa 1 MHz bei der Anordnung "Steintisch" und 0,1 MHz im schalltoten Raum (Tab. 2 und 3), während für eine Beobachtungsdauer von 0,04 sec die gegenseitigen Frequenzschwankungen nur noch 0,5 MHz resp. 0,05 MHz waren. Die in 2.2. vorausgesetzte Bandbreite des Regelsystems von 10 Hz bedeutet, dass die passive Stabilität der Resonatoren während maximal 0,1 sec die Grenze der möglichen absoluten Stabilisierung darstellt. Mit den beschriebenen Anordnungen kann während einer Beobachtungsdauer von 0,1 sec eine passive Stabilität von 10^{-9} resp. 10^{-10} erreicht werden.

Aus Tabelle 1 lässt sich deutlich erkennen, dass die akustische Isolation der Messanordnungen eine entscheidende Rolle spielt und eine Verbesserung der Stabilität um einen Faktor 10 bis 50 ergeben hat. Bemerkenswert ist in diesem Zusammenhang, dass mit frei aufgestellten Resonatoren ohne interne Abschirmung eine befriedigende Schallisolation mit der unter 3.3.1. beschriebenen Haube erzielt werden konnte.

Die Messungen an mechanisch gekoppelten und mechanisch entkoppelten Resonatoren ergeben eine Stabilität gleicher Grössenordnung (Tab. 1 und 2). Dies bedeutet, dass für die Ausführung des Frequenzstabilisierungs-Systems beide Varianten verwendet werden können.

Die mit zwei verschiedenen Messmethoden ermittelten Resultate (Tab. 2 und 3) stimmen für die Beobachtungsdauer von 0,1 sec miteinander überein und überdecken gemeinsam Beobachtungsdauern von 0,02 sec bis 1 sec. Da die Sweep-Frequenz unseres Frequenzanalysators maximal 50 Hz beträgt, konnte die Beobachtungsdauer für die Mischfrequenzmessungen nicht kleiner als 0,1 sec gewählt werden.

Abschliessend möchte ich Herrn Prof. Dr. K.P. Meyer für die stetige Unterstützung bei der Durchführung der vorliegenden Arbeit herzlich danken. Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr. H. König, der in zuvorkommender Weise den schalltoten Raum des Eidg. Amtes für Mass und Gewicht zur Verfügung stellte und damit die vorliegenden Messungen überhaupt ermöglichte. Herrn Prof. Dr. H. Leutwyler danke ich für die kritische Durchsicht der Rechnungen und Herrn R. Dändliker sowie Herrn Th.Tschudi bin ich für die anregenden Diskussionen und die wertvolle Mithilfe bei den Messungen sehr zu Dank verpflichtet.

Referenzen

1) A.D. White, "Frequency Stabilization of Gas Lasers" IEEE J. of Quantum Electronics, QE-1, 349, (1965).

2) R. Dändliker, H.P. Brändli, "Absolute Frequency Stabilization of a He-Ne Laser for Use as a Standard", Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (ZAMP), 18, 597, (1967).

3) A.D. White, E.I. Gordon, E.F. Labuda, "Frequency Stabilization of Single Mode Gas Lasers", Appl. Phys. Lett., 5, 97,(1964).

4) A.D. White, "Control System for Frequency Stabilizing a 6328 Å Gas Laser", Rev. of Sci. Instr., 38, 1079, (1967).

5) G. Herziger, H. Lindner, H. Weber, "Messung geringer Absorptions- und Brechungsindexänderungen mit dem Laserverstärker", Zeitschrift für angewandte Physik, 17, 67,(1964).

6) L.J. Prescott, A. van der Ziel, "Detection of Spontaneous Emission Noise in He-Ne-Lasers", Phys. Lett., 12, 317,(1964).

7) A.L. Bloom, "Noise in Lasers and Laser Detectors", Spectra-Physics Laser Technical Bulletin Nr. 4, März 1965.

8) H.P. Brändli, R. Dändliker, K.P. Meyer, "Absolute Frequency Stabilization of a Gas Laser Using Optical Resonance Amplification Techniques", IEEE J. of Quantum Electronics, QE-2, 153, (1966).

9) M. Siegrist, "Messung der Transmission und Reflexion von Laser Spiegeln", interner Bericht, Institut für angewandte Physik, Universität Bern (unveröffentlicht).

10) A.D. White, "Method for Decoupling Laser Mirror Transducers from Mechanical Resonances of Laser Cacity", Rev. Sci.Inst., 37, 976, (1966).

11) R.L. Fork, D.R. Herriott, H. Kogelnik, "Scanning Spherical Mirror Interferometer for Spectral Analysis of Laser Radiation" Applied Optics, 3, 1471, (1964).

12) T.S. Jaseia, A. Javan, C.H. Townes, "Frequency Stability of He-Ne-Maser and Measurement of Length", Phys.Rev.Lett.,10, 165, (1963).

Figurentext

Fig. 1) Messkavität mit He-Ne-Verstärker und Ne-Absorptionszelle in einem gemeinsamen optischen Resonator.
R,T = Reflexions- resp. Transmissionskoeffizienten der Spiegel.
$G_o(\nu)$ = Verstärkung für einmaligen Durchlauf.
$A(\nu)$ = Absorption pro Durchgang
I_{aus}/I_{ein} = Verstärkungsfaktor $G(\nu)$.

Fig. 2) Verstärkung (G) eines rückgekoppelten Laserverstärkers als Funktion der optischen Länge (L) der Kavität.
G^{res} = Verstärkung für Resonanz der Lichter in der Kavität.
δL = Halbwertsbreite der Resonanzen.

Fig. 3) Netto-Einwegverstärkung ($G_o - 1$) des Laserverstärkers und Zeeman-verschobene Absorption (A) der Ne-Absorptionszelle als Funktion der relativen Frequenz (x), für links- (ausgezogene Kurve) und rechts-zirkularpolarisiertes Licht (gestrichelte Kurve).
ν_o = Frequenz der unverschobenen Linien
$(\Delta\nu)_D$ = Dopplerbreite des Laserüberganges
x_1 = Mitten Frequenz der Zeeman-verschobenen Linie
H = axiales Magnetfeld.

Fig. 4) Resonanzverstärkung (G^{res}) eines Laserverstärkers mit einer Absorptionszelle mit Zeeman-Aufspaltung in einer gemeinsamen Kavität als Funktion der relativen Frequenz (x). Die ausgezogene Kurve gilt für links- und die gestrichelte Kurve für rechts-zirkularpolarisiertes Licht. Der Verlauf ist nicht masstabgetreu.
x_m = Frequenz für maximale Resonanzverstärkung.

Fig. 5) Schematische Darstellung des Aufbaus zur Messung der passiven Stabilität mit optisch und mechanisch gekoppelten Resonatoren. Die Ausgangsintensität des Messresonators wird mit dem Photomultiplier P 1 gemessen und der Multiplier P 2 dient als Monitor für den Laser-Oszillator. Die Länge des Messresonators wird mit der Piezokeramik K periodisch geändert.
I = Interferenzfilter
R = Reflexions-Koeffizienten der Spiegel
r = Krümmungsradien der Spiegel.

Fig. 6) Schematische Darstellung des Aufbaus zur Messung der passiven Stabilität mit optisch gekoppelten, mechanisch unabhängigen Resonatoren. Die Linse L dient zur Mode-Anpassung und das Entkopplungselement E (Graufilter oder Nicolprisma mit $\lambda/4$-Plättchen) zur Unterdrückung der Rückwirkungen des Verstärkers auf den Oszillator. Der Spiegelabstand des Verstärkers wird mit der Piezokeramik K periodisch geändert und die Ausgangsintensität mit dem Photomultiplier P 1 gemessen. Der Multiplier P 2 dient als Monitor für den Oszillator.
U = Umlenkspiegel
I = Interferenzfilter
R = Reflexions-Koeffizienten der Spiegel
r = Krümmungsradien der Spiegel.

Fig. 7) Verlauf der Ausgangsintensität des Messresonators auf dem Bildschirm des Oszillographen (zunehmende Intensität nach unten) als Funktion des Spiegelabstandes für die Stabilitätsmessungen mit mechanisch unabhängigen Resonatoren. Die Beobachtungsdauer betrug 1/25 sec, die Wobbelamplitude $\lambda/2$ und die Wobbelfrequenz 50 Hz.

Fig. 8) Schematische Darstellung des Aufbaus der Anordnung für die Mischfrequenzmessungen an zwei unabhängigen Laseroszillatoren. Mit der Linse L werden die Wellenfronten der beiden Laser auf der Photokathode des Multipliers P zur Deckung gebracht. Durch Aenderung der Länge des einen Oszillators mit der Piezokeramik K kann die Mischfrequenz auf einen für die Messung günstigen Wert (ca. 75 MHz) eingestellt werden.
U = Umlenkspiegel
S = Strahlteiler
I = Interferenzfilter
R = Reflexionskoeffizienten der Spiegel
r = Krümmungsradien der Spiegel.

Fig. 9) Mischfrequenzsignal zweier unabhängiger Laseroszillatoren auf dem Bildschirm des Frequenzanalysators für Beobachtungsdauern zwischen 0,1 und 1 s.

Fig.1

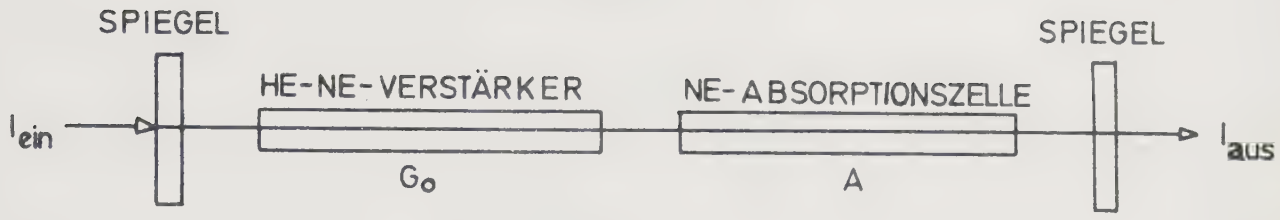

SPIEGEL
HE-NE-VERSTÄRKER
NE-ABSORPTIONSZELLE
SPIEGEL
I_{ein}
G_o
A
I_{aus}

Fig. 2

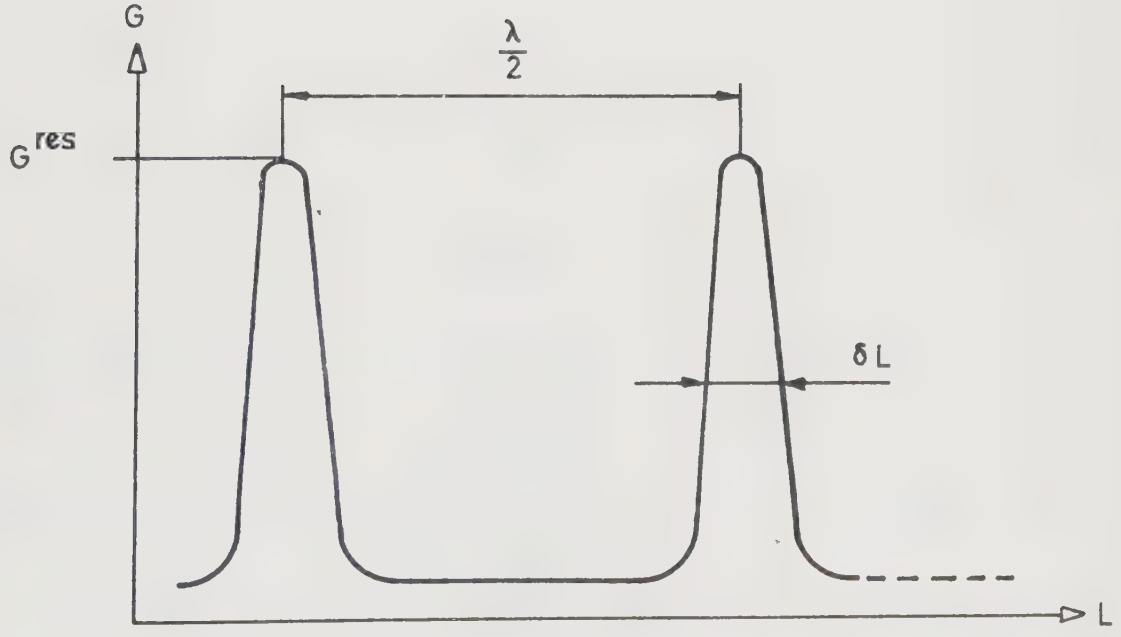

G
$\frac{\lambda}{2}$
G^{res}
δL
L

Fig. 3

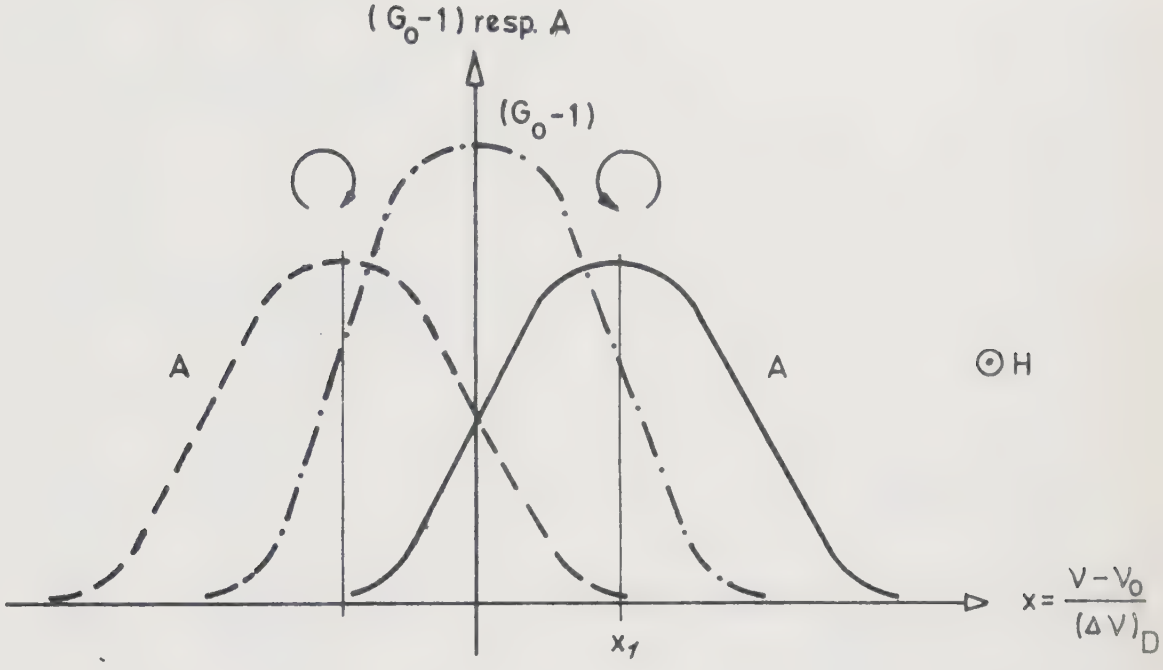

(G0-1) resp. A
(G0-1)
A
A
⊙H
x = (V-V0)/(ΔV)D
x1

Fig. 4

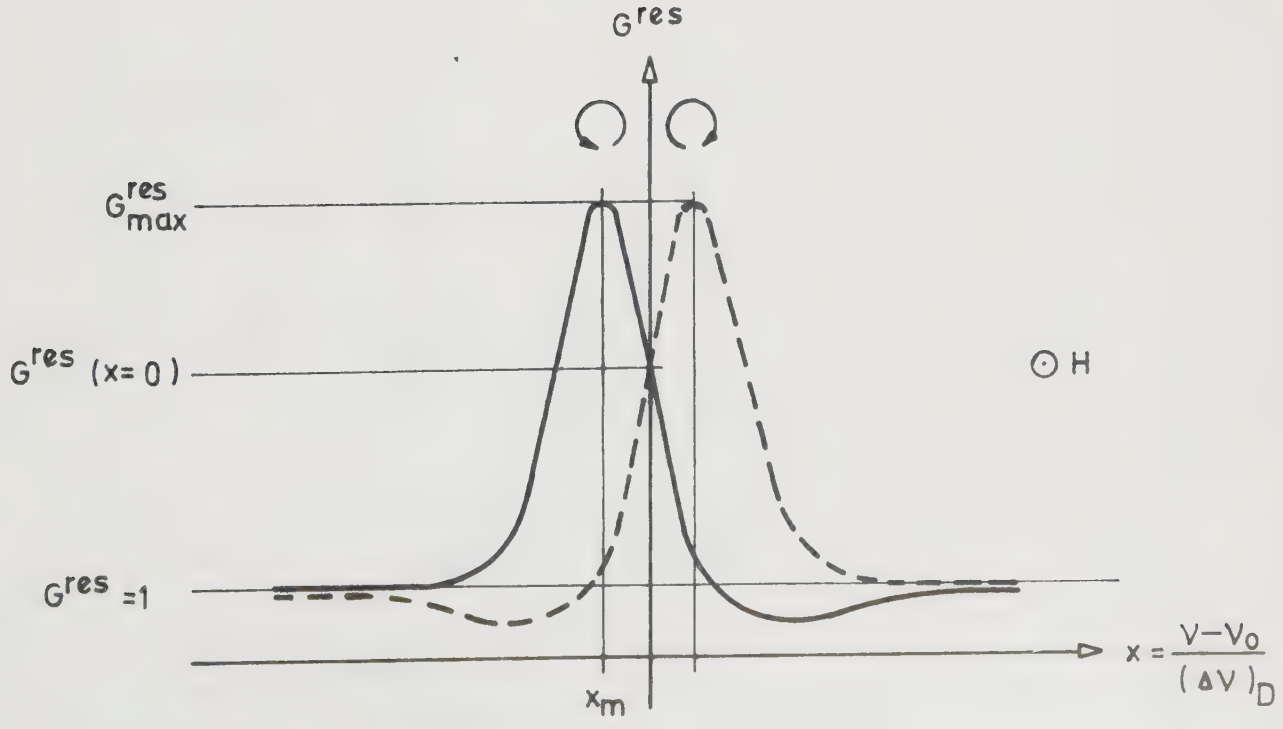

Gres
Gres max
Gres (x= 0)
Gres =1
⊙H
x = (V-V0)/(ΔV)D
xm

Fig.5

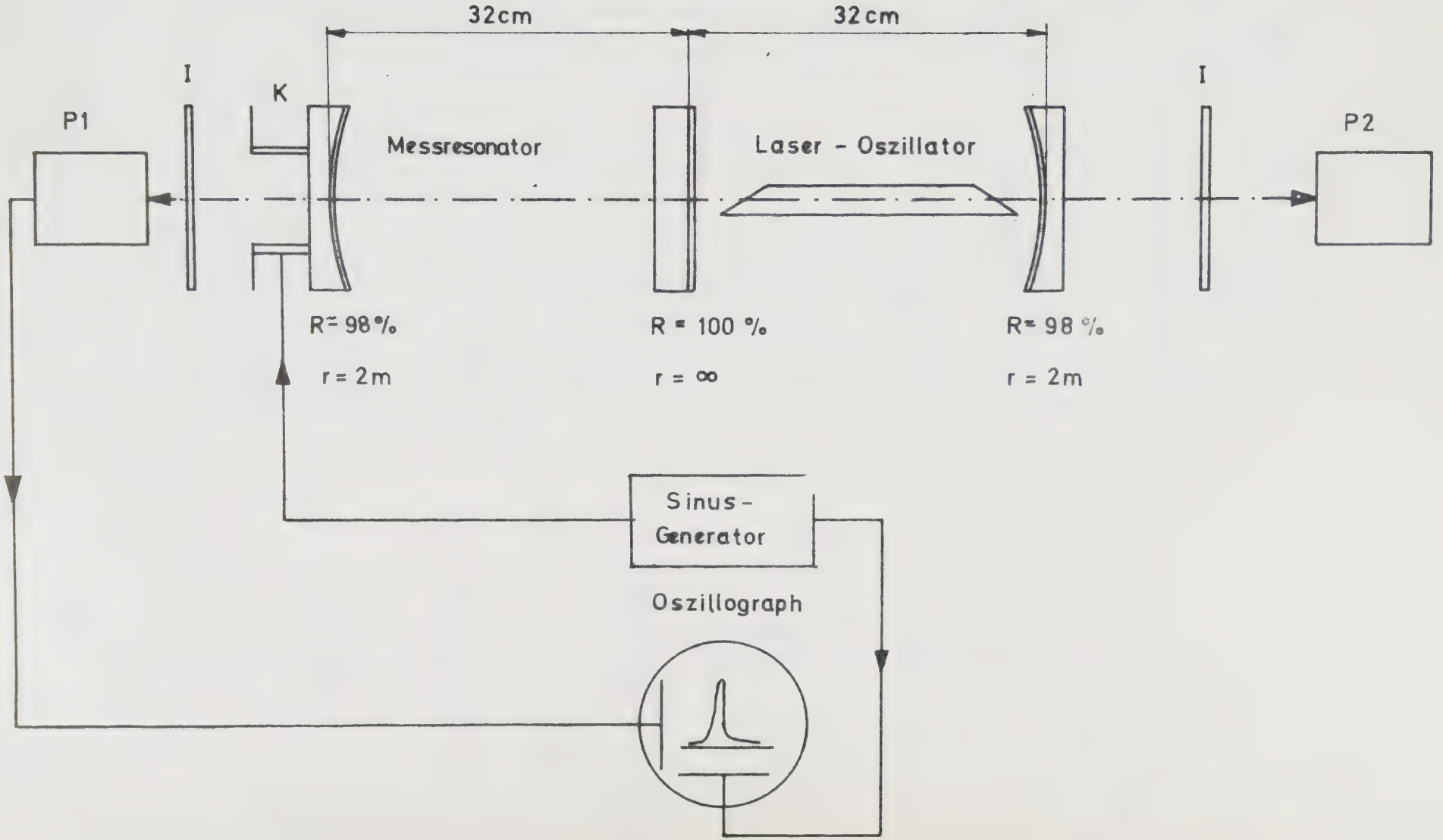
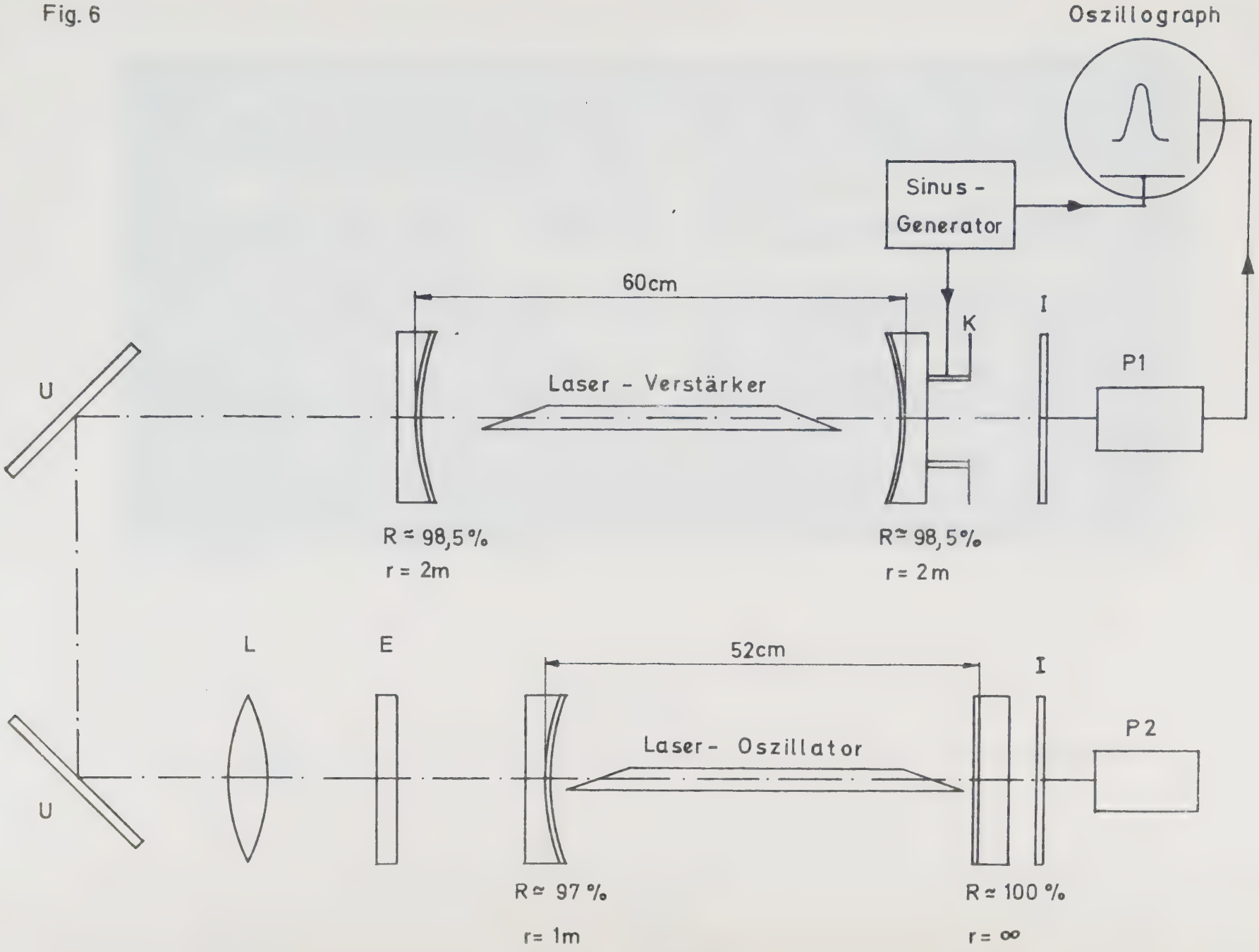

32cm
32cm
I
K
I
P1
P2
Messresonator
Laser - Oszillator
R= 98%
r = 2m
R = 100 %
r = ∞
R= 98 %
r = 2m
Sinus-
Generator
Oszillograph

Fig. 6


Oszillograph
Sinus - Generator
60cm
K
I
P1
U
Laser - Verstärker
R ≈ 98,5 %
r = 2m
R ≈ 98,5 %
r = 2m
L
E
52cm
I
P2
Laser - Oszillator
U
R ≈ 97 %
r = 1m
R ≈ 100 %
r = ∞

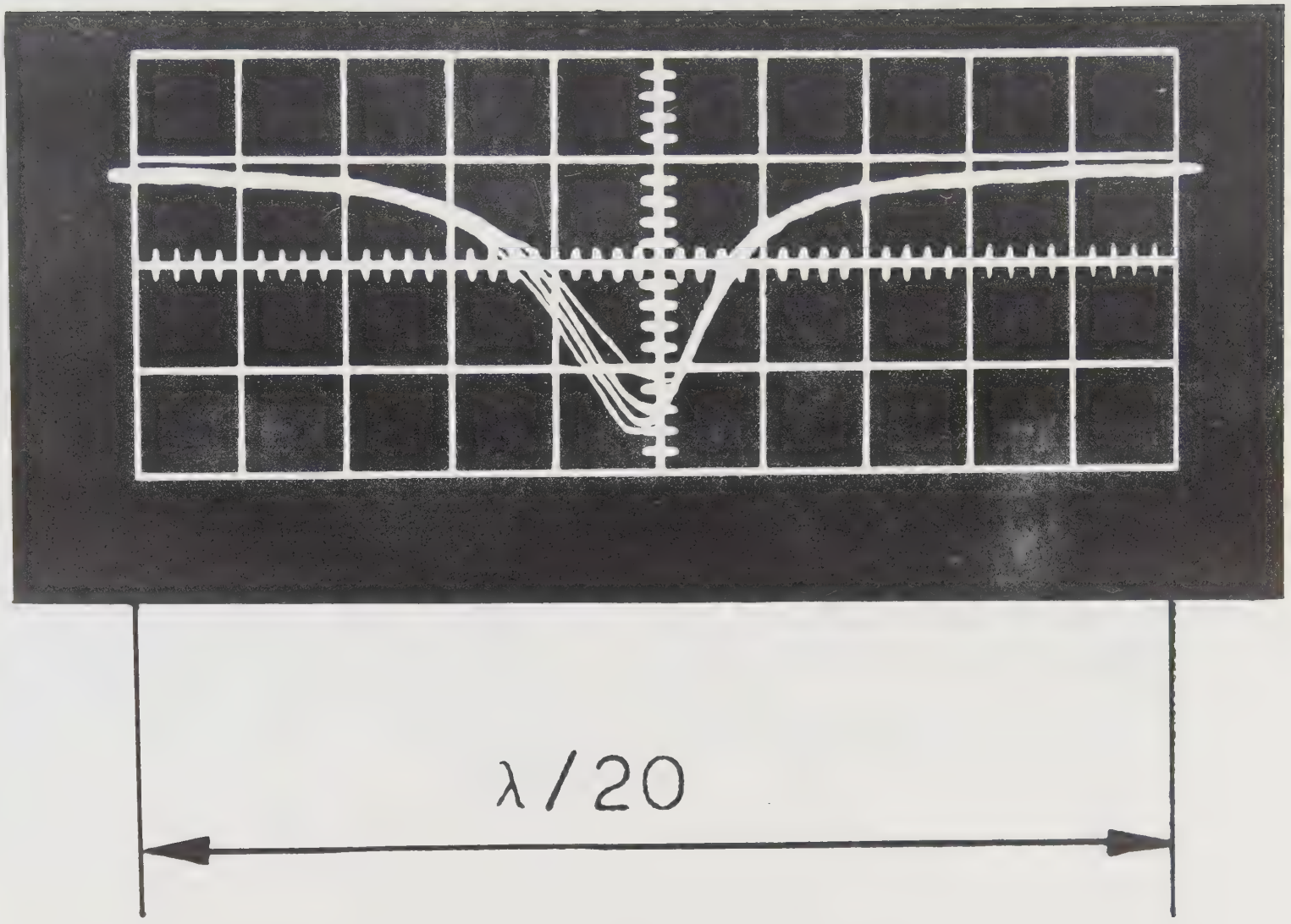
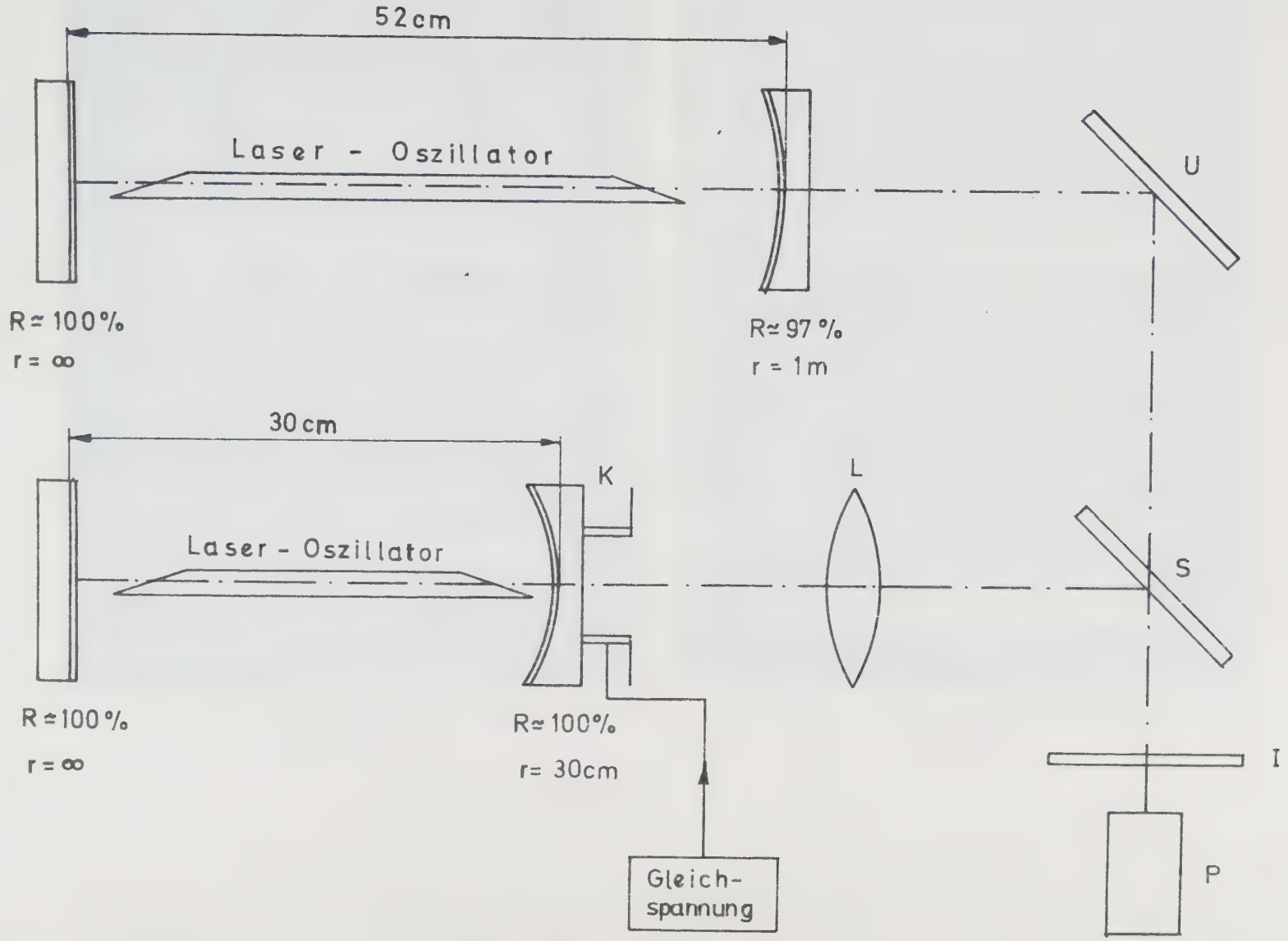


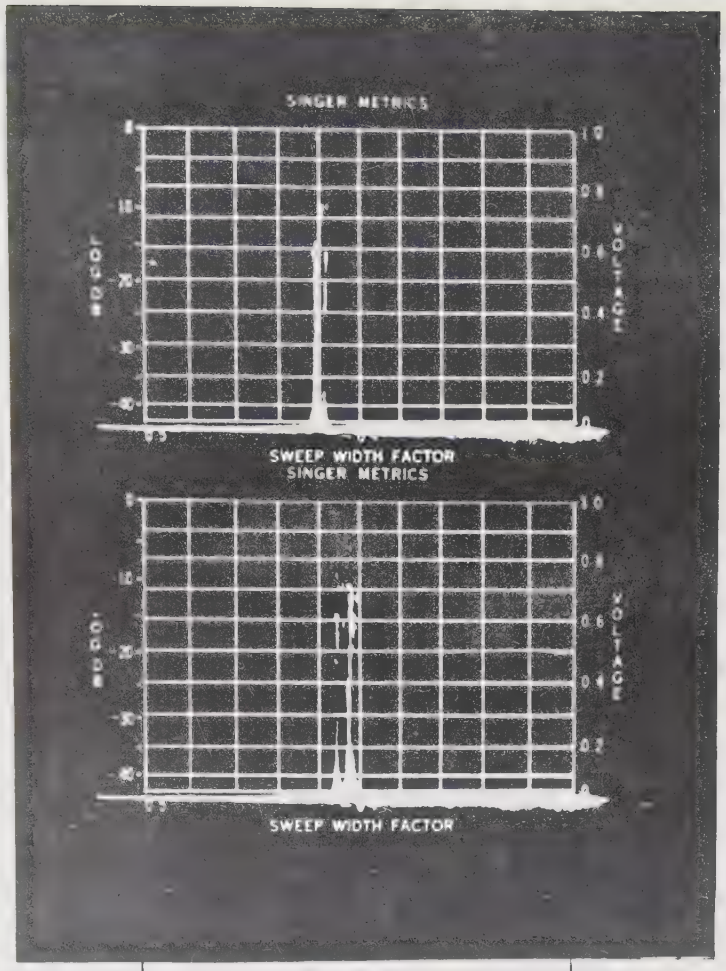
Fig. 7

Fig. 8


52cm
Laser - Oszillator
R≈100%
r = ∞
R≈97%
r = 1m
U
30cm
K
L
Laser - Oszillator
S
R≈100%
r = ∞
R≈100%
r= 30cm
I
Gleich-
spannung
P

0,2 s

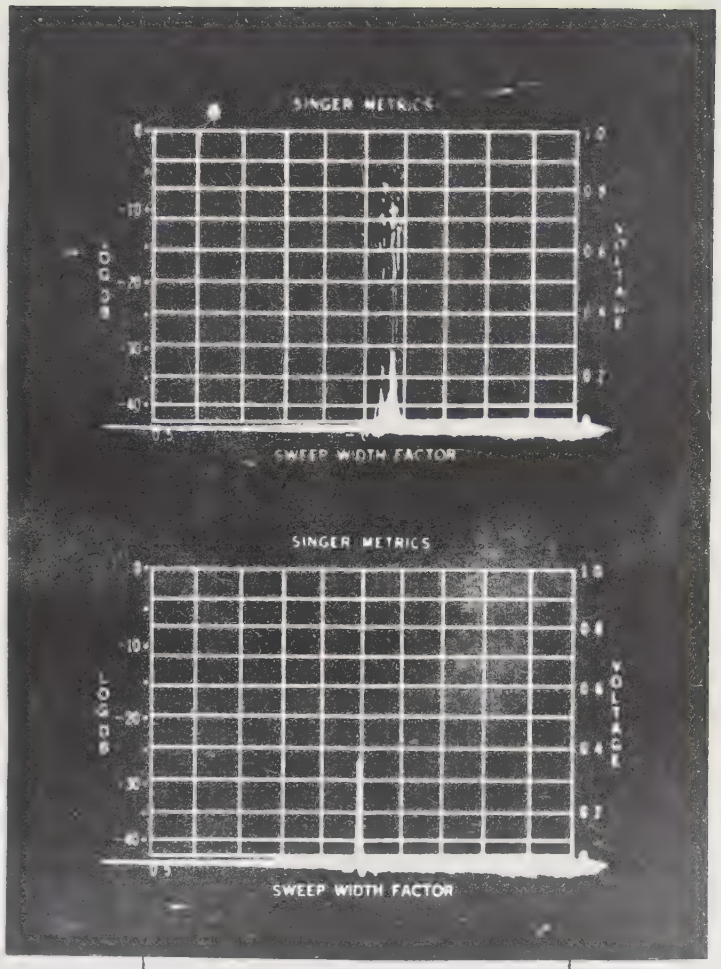
0,5 s



5 MHz

1 s

0,1 s



5 MHz

Fig. 9

Messung der passiven Stabilität mit optisch und mechanisch gekoppelten Resonatoren

Beobachtungsdauer sec	Gegenseitige Längenänderung der Resonatoren in 1/1000 Wellenlängen		
	Anordnung "Steintisch"		Anordnung "schalltoter Raum"
	ohne Schallabsorption	mit Schallabsorption	
0,02	23	< 1	< 0,5
0,1	30	< 1	< 0,5
0,5	37	< 1	< 0,5
1	40	< 1	0,6
5	65	2	1
30	150	-	10

Tabelle 1

Messung der passiven Stabilität mit nur optisch gekoppelten Resonatoren

Beobachtungsdauer sec	Gegenseitige Längen- und Frequenzschwankungen der Resonatoren			
	Anordnung "Steintisch" mit Schallabsorption		Anordnung "schalltoter Raum"	
	Länge in 1/1000 Wellenlängen	Frequenz MHz	Länge in 1/1000 Wellenlängen	Frequenz MHz
0,02	-	-	0,1	0,053
0,04	1	0,53	0,1	0,053
0,1	1,5	0,8	0,2	0,107

Tabelle 2

Messung der passiven Stabilität zweier unabhängiger Laseroszillatoren

mit Mischfrequenzbildung

Beobachtungs-dauer sec	Gegenseitige Frequenzschwankung MHz	
	Anordnung "Steintisch" mit Schallabsorption	Anordnung "schalltoter Raum"
0,1	1	0,1
0,5	2	0,3
1	2	0,3

Tabelle 3

Reprinted from The Review of Scientific Instruments, Vol. 39, No. 4, 583–587, April 1968
Printed in U. S. A.

Method for Measuring Small Optical Losses Using a He–Ne Laser

H. P. Brändli
Institute of Applied Physics, University of Bern, Switzerland
(Received 30 October 1967; and in final form, 1 December 1967)

The output power or threshold for oscillation, respectively, of a He–Ne gas laser are severely influenced by the presence of small losses in the resonator. Small losses between about 0.01 and 1% may be measured by substituting the unknown loss of a sample for linearly polarized light by the known and adjustable reflection losses due to a plane parallel glass plate near the Brewster angle. A measurement apparatus based on this principle was built and the influence of various sources of error was evaluated. One source of error is the deviation from ideal linear polarization found in the output of gas lasers with Brewster angle windows. Measurements are given of the residual single pass transmission loss of doubly antireflection coated glass plates.

INTRODUCTION

THE output power and the excitation needed for threshold of a He–Ne laser depend rather strongly on the losses inside the optical resonator. For example, with a single pass gain of 0.6%, a change in single pass loss of only 0.01% may change the output power by 5% (see Fig. 1). This strong dependence may be used to advantage for the measurement of small optical losses. Two variations for a measurement procedure suggest themselves.[1,2] Both make use of the substitution of the unknown loss by a known and adjustable one. In one variation the laser output power is made to assume the same value after the substitution. In the other, threshold is made to occur at the same excitation after the substitution. During either procedure all other laser parameters such as gas discharge excitation and cavity Q must be kept constant. The reflection losses of glass plates oriented near the Brewster angle are utilized as adjustable and known loss mechanism. Numerical values of the reflection losses are computed through Fresnel's formula as a function of the angle of incidence.

The comparatively high reflection loss of typically 4% per interface for glass plates at perpendicular incidence usually prevents an accurate determination of the small intrinsic transmission loss. In our method, however, the plane parallel plate is located inside an optical resonator and exposed to a field of coherent radiation. It is then possible to determine such small intrinsic transmission losses directly by utilizing resonant effects, despite the presence of the numerically much greater reflection. In this way it is possible to determine single pass losses in

[1] S. A. Schleusener and A. A. Read, Rev. Sci. Instr. **37**, 287 (1966).
[2] V. W. Troitzkiy, Radio Eng. Electron. Phys. **10**, 814 (1965).

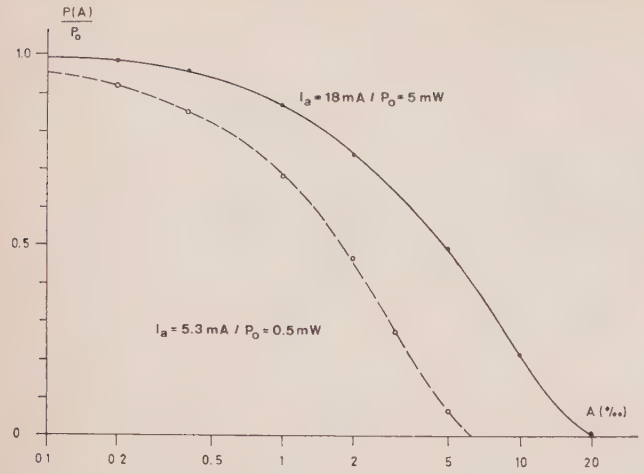


FIG. 1. Laser output power $P(A)$ as a function of the single pass loss A inside the laser resonator, for two choices of the excitation current I_a. P_0 is the output power with the calibrated loss element nominally set for zero loss. These curves are affected by changes of the cavity loss (dust particles, mirror alignment) and therefore not reproducible over long periods.

the range of 0.03 to 1% with a relative accuracy of better than 10%. The possibility of separately measuring both the reflection coefficient and the transmission loss is of importance for assessing the quality of plane parallel plates and antireflection coatings. This should be of interest in many facets of the laser field.

DESCRIPTION OF APPARATUS FOR MEASUREMENT

The experimental arrangement is schematically shown in Fig. 2. Between the mirrors of the optical resonator there are the He–Ne discharge tube having Brewster windows, a set of two plane parallel glass plates for realizing adjustable calibrated reflection losses, and the sample. The required thermal and mechanical stability is achieved by employing Invar rods in the construction of the optical resonator and by placing the laser on a heavy stone table with anti-shock mounts. The dc supply for the gas discharge tube is current stabilized to better than 0.5%.

As mentioned above there are two somewhat different measurement procedures:

(1) With the adjustable losses set for zero and the sample placed inside the resonator, the direct current is adjusted for threshold of laser oscillation. After removal of the sample the threshold condition is reproduced with the same direct current by increasing the adjustable loss. The loss due to the sample is then apparently equal to the reflection loss of the adjustable loss arrangement. The latter can be computed from the Fresnel formula and compiled in a chart.

(2) With zero adjustable losses and the sample inside the resonator, the laser is made to have some finite output (above threshold). The output is measured by means of a photo multiplier in arbitrary units. After removal of the sample, the previous laser output is reproduced with the same direct current by increasing the adjustable loss by a measured amount.

Two problems are associated with the utilization of reflection losses from plane parallel glass plates as calibrated variable loss elements. First, a change of orientation of a plate leads to a parallel displacement of the laser beam. Thus the beam may hit another spot of the laser mirror and this may be associated with an unintentional change of the resonator Q during the measurement. Second, there may be interference effects between the beams reflected from the front and rear faces of the glass plate. These effects depend on the degree of overlap between the two beams. As a result the actual reflection losses will differ from the theoretical value obtained for two simple air–glass interfaces and nonoverlapping beams. The values of these deviations depend on the experimental situation and therefore cannot be calculated.

In our arrangement these problems are eliminated in the following way. To avoid beam displacement two glass plates of identical thickness are used.[3,4] They are arranged in a symmetric fashion with respect to a reference direction perpendicular to the resonator axis. This arrangement compensates for beam displacement irrespective of the angular setting. Schleusener and Read[1] nearly eliminate the influence of beam displacement by the use of one thin glass plate of only 0.46 mm thickness, but they still have the perturbing interference effects. To avoid the latter, in our setup glass plates of 2 mm thickness are employed. This eliminates interference effects completely if the beam inside the resonator is 1 mm or less in diameter (see Fig. 3).

The glass plates are mounted in a fashion that permits a fine adjustment in all directions. The adjustment is carried out optically by means of a laser beam. In our equipment it is possible to adjust the angles to the nominal values within an experimental error of less than 0.04°. The theoretical value L of the reflection loss for the four air–glass interfaces of the two Brewster plates and its relative error $\Delta L/L$ due to the adjustment uncertainty of 0.04° are shown in Fig. 4 as functions of the angle of incidence.

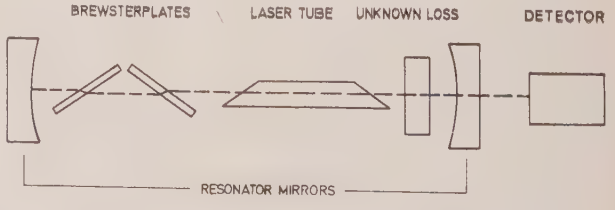


FIG. 2. Apparatus for measuring small losses. The laser tube used has a 3 mm diam bore and a capillary discharge length of 50 cm.

[3] P. Blaser, H. P. Brändli, and R. Dändliker, Z. Angew. Math. Phys. 18, 595 (1967).
[4] T. M. Sporton, J. Sci. Instr. 44, 720 (1967).

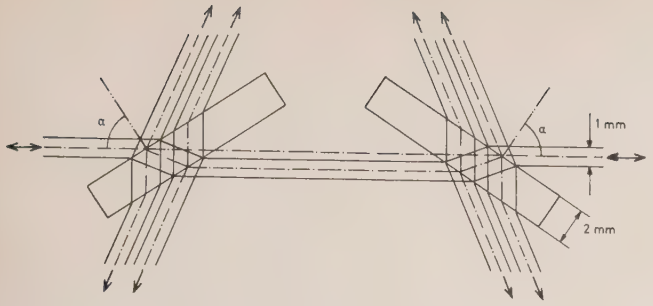


FIG. 3. Transmission of the laser beam through both Brewster plates of 2 mm thickness (schematically).

From these curves it is seen that losses down to a value of 0.03% may be determined with a relative accuracy of better than 10%.

The method described is valid only for laser light of ideal linear polarization. During the measurements it was found, however, that all lasers used emit light of a weakly elliptical polarization. Expressed in terms of the axial intensity ratio, the ellipticity varied between 10^{-4} and 10^{-2} for two different laser discharge tubes and various operating conditions. This deviation from the ideal linear polarization leads to a slight change in the reflection losses. Fortunately the computed correction is less than 1% of the measured value if the losses are in the range from 0.03 to 2% and the axial intensity ratio is 10^{-3} or less. Thus for reliable measurements it is desirable to know an upper limit of the ellipticity of the laser radiation inside the laser cavity. Only if the axial intensity ratio exceeds 10^{-3} a correction is required corresponding to the losses of the polarization component perpendicular to the plane of incidence.

SPECIAL FEATURES OF THE MEASUREMENT PROCEDURE

A particularly interesting facet of the present method is the possibiltiy of measuring losses of plane parallel glass plates independent of the reflection due to the air–glass interface. Similarly, for antireflection coated plane glass plates it is possible to determine separately the residual reflection of the surfaces and the single pass transmission loss. The basis for these separate determinations may be derived as follows. The plane plate may be considered as a Fabry–Perot etalon with small mirror reflectivity. The transmission of a Fabry–Perot assumes its maximum value T_r in the case of resonance and its minimum value T_a in the case of antiresonance. One finds[5]

$$T_r=\frac{T^2(1-A)}{[1-R(1-A)]^2} \qquad T_a=\frac{T^2(1-A)}{[1+R(1-A)]^2}. \tag{1}$$

[5] D. Röss, *Laser, Lichtverstärker und -Oszillatoren.* (Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt, 1966), 1st ed., p. 99.

In these formulas both interfaces are considered identical, T is the single pass power transmission coefficient per interface, R the corresponding reflection coefficient and A the transmission loss of the material.

The cases of interest for the present method are such that the following approximations are permitted:

(1) It is assumed that the interfaces themselves are lossless, i.e., $R+T=1$ is valid. Sould there be losses in the interface, for example in antireflection coatings, then these will be lumped into the intrinsic transmission loss of the material, A.

(2) The reflection coefficient R of the interfaces is small, $R\ll 1$, a fact particularly well satisfied with antireflection coatings.

(3) The intrinsic single pass transmission loss is small, $A\ll 1$, where A may include the actual loss in the multiple dielectric layers of antireflection coatings.

Under these circumstances the resonance and antiresonance transmission are both close to unity and it is advantageous to write them in the form

$$T_r=1-\epsilon_r \tag{2a}$$

and

$$T_a=1-\epsilon_a. \tag{2b}$$

The small quantities ϵ_r and ϵ_a signify the minimum and the maximum fractional attenuation of the light intensity

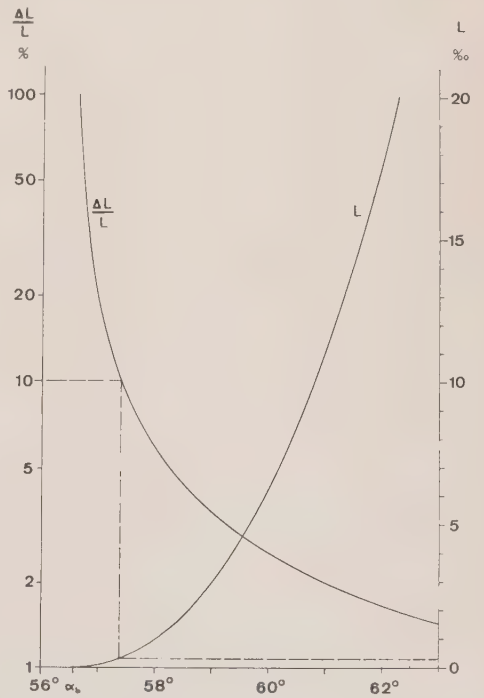


FIG. 4. Reflection loss L due to four air–glass interfaces of two Brewster plates as a function of the angle of incidence. The curves are computed for ideally linearly polarized light. $\Delta L/L$ is the relative error of measurement due to an uncertainty of 0.04° for setting and reading the angle of incidence; α_b designates the Brewster angle.

by the sample, respectively. Neglecting small terms of second order such as A^2, AR, R^2 one obtains from Eqs. (1) and (2)

$$A = \epsilon_r, \tag{3a}$$

$$R = \tfrac{1}{4}(\epsilon_a - \epsilon_r). \tag{3b}$$

If the thickness of the sample is made to vary, the sample transmission varies periodically between the values given by Eqs. (2a) and (2b). The difference in optical thickness for minimum and maximum transmission is given by a quarter wavelength of the laser light in the sample. A change in the optical thickness of glass plates is easily achieved by moderate heating (hair dryer). The mechanical thermal expansion coefficient for most optical glass types is of the order 10^{-4} $(C°)^{-1}$. Thus a 10C° temperature variation should suffice the pass through at least one maximum and minimum transmission in glass plates down to a minimal thickness of 0.3 mm. Since ϵ_a and ϵ_r are accessible by the measurement technique described, the unknown loss A and reflection R may be determined from Eq. (3).

For antireflection coated plane parallel plates, ϵ_r and ϵ_a may be measured directly in the optical resonator. By changing the optical thickness of the plate with temperature, a series of maxima and minima is observed in the laser output. After removal of the sample, the output intensities corresponding to maximum and minimum may be reproduced by setting the adjustable Brewster plates. The approximations used in the relations of Eqs. (3) give rise to a relative error of maximally 1% in the reflection coefficient and 0.5% in the single pass loss if the residual reflection of the surface is on the order of 0.5%.

For uncoated plane plates it is possible to measure the minimum relative attenuation ϵ_r only. The reflection of near 4% per interface of an uncoated glass plate leads to an antiresonant transmission T_a of about 83%, that is to a single pass reflection loss of around 17%. Such a high transmission loss cannot be compensated for by the gain of the laser tube. Consequently the laser oscillator is quenched under these conditions. Nevertheless, the measurement of ϵ_r offers, according to Eq. (3a), at least a determination of the single pass transmission loss of the plate. It should be noted that the transmission loss measured in this way consists of dielectric transmission loss in the material, scattering losses in the bulk of the plate, and scattering losses due to imperfections in the glass surfaces. The approximations made in the derivation of Eq. (3a) result in a typical relative error of 4% for glasses of an index of refraction near 1.5. By solving Eq. (1) exactly this error can be eliminated. In the derivation of Eqs. (3) an ideally sharp frequency was assumed, i.e., single mode operation of the laser. In reality, the frequency width of the 6328 Å He–Ne laser may be up to 1.5 GHz (full Doppler width). The influence of this finite linewidth radiation on the measurement results was estimated. For a plate thickness of 1 cm or less the relative errors of measured values of residual reflection are less than 2% and of single pass transmission loss, less than 1% and therefore can be neglected.

In the discussion of this method of measurement two implicit assumptions were made which deserve some comment. One is related to the fact that Eqs. (1) refer to transmission only while no mention is made of reflection. This is apparently permitted if all the light reflected from the sample is lost to the oscillating cavity modes. This is true if the sample plate is not perfectly aligned perpendicular to the optical axis of the resonator. Also, even with perfect alignment much of the light reflected from the sample is lost to the laser oscillation if the sample is located in a position other than that of minimum beam cross section in the confocal resonator. Obviously both conditions should be kept in mind for placing the sample.

The other comment refers to a possible influence of mode selection due to the sample, on the measurement process. The following argument shows, however, that mode selection may be ignored. Without a sample, all longitudinal modes show the same Q. With a sample present, the cavity Q's are slightly modified in a nearly sinusoidal fashion. The periodicity of this effect in frequency is around 20 GHz, for example, for a sample glass plate of 5 mm thickness, and even larger for thinner plates. This compares with the Doppler width of the gain profile of 1.5 GHz. With the sample transmission set for maximum or minimum, all cavity modes under the gain profile then have the same Q within a very small second order correction. Thus mode selection is effectively ruled out.

RELIABILITY OF THE METHOD

The reproducibility and reliability of this measurement method will be illustrated with the aid of measurements of antireflection coated plane plates of BK-7 glass. To eliminate the influence of slow drifts of laser parameters and of the photo detector as much as possible, the substitution of sample losses by the adjustable Brewster angle plates was carried out in about 1 min.

First the method with reproduced output is discussed. A repeated measurement of the same sample using constant laser discharge current gives an indication of the reproducibility of the method. Despite some fluctuations in the output intensity of the laser it was found that the relative mean deviation for measurement series with five or more single measurements was below the systematic error caused by the adjustment of the two Brewster plates as found in Fig. 4.

In several test runs it was checked whether the measurement result depends on the laser discharge excitation,

i.e., on the intensity of the laser radiation inside the optical resonator, and on the number of longitudinal modes that were excited. The loss of an antireflection coated plane parallel plate was measured at different discharge currents between 3.5 and 10 mA. This range of excitation alters the ratio of laser output with and without the sample loss from 0.06 for the weak excitation to 0.82 for the stronger one. Nevertheless the mean relative deviation of the single measurement was only 0.0065 of the average measured single pass loss of 0.448%. This compares with a relative measurement uncertainty $\Delta L/L$ of 0.023 due to the error of angle adjustment according to Fig. 4. A similar run for another sample is plotted in Fig. 5(a) with the discharge current varying from 6 to 20 mA. Here the relative error of a single measurement is 0.01 of the average measured loss of 0.575%, compared with a measurement uncertainty $\Delta L/L$ of 0.025 given by Fig. 4. Since there is no systematic dependence of the measurement results on discharge current, as illustrated in Fig. 5(a), one is at liberty to set the current for best sensitivity in the measurement. The setting then depends on the loss to be measured and may be chosen with the aid of Fig. 1. It is evident that the gain of the laser tube should be only slightly higher than the loss of the sample plus the cavity losses for maximum sensitivity.

The reliability of the second method with reproduced threshold condition is illustrated in Fig. 5(b). The threshold conditions for different discharge currents are established by increasing the cavity loss with additional losses of the Brewster plates. These additional losses varied from 0.84% at 6 mA to 1.94% at 20 mA discharge current. Thus the measurements are taken at different positions of the angle, i.e., between 60.47 and 62.24° (Fig. 4), correspondingly. Figure 5(b) shows that the deviations of measurement for a specified current from the average loss of 0.576% are within the limits of error and do not show a systematic trend.

A comparison of the two methods of measurement, namely, reproducing the finite output intensity of the laser or reproducing the threshold condition for laser oscillation, indicates no systematic deviations and no errors beyond the expected limitations of component accuracy [Figs. 5(a) and 5(b)]. It should be noted, however, that the measurement using the threshold is somewhat less accurate, partly because it is difficult to observe the threshold condition in an objective fashion and because the threshold itself is highly susceptible to slight instabilities of the laser resonator. On the other hand, the threshold measurement dispenses with the need for an accurate and reproducible photo detector and thus may be more convenient.

The present method also permits the measurement of losses which are functions of the intensity of the radiation

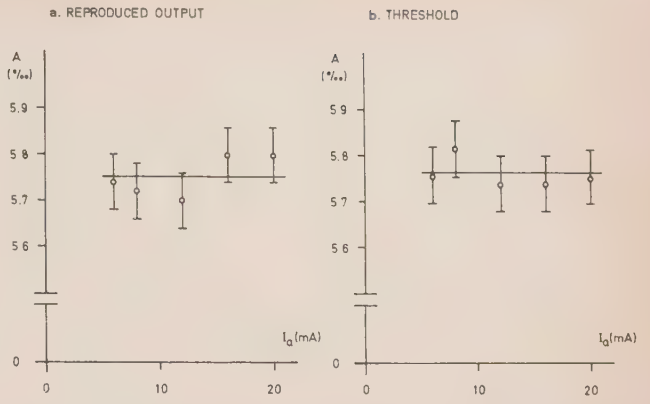


FIG. 5. Measured residual transmission loss of a doubly antireflection coated plane parallel BK-7 glass plate. Abscissa is discharge current through laser tube. Neither set of measurements shows a systematic trend, and both agree to within the limits of error.

field in the laser resonator. As an example the loss at 6328 Å due to a discharge cell of pure neon may be mentioned. In such a case both variations of the measurement procedure are required for different purposes. The small-signal loss can only be measured by reproducing the threshold condition. Saturations effects of the loss with increasing light intensity, on the other hand, can conveniently be measured by reproducing finite laser output intensities. An obvious modification of the present measurement procedure permits the measurement of gain, for example, that of a He–Ne discharge cell. Both variations then permit a separate determination of the small-signal gain at threshold and of the saturated gain parameter at higher light intensities.

EXAMPLE OF RESULTS

The method described was used to determine the residual reflection and the single pass loss of three layer dielectric antireflection coating.[6] They covered both faces of plane parallel BK-7 glass plates. To assess the quality of the evaporated layers it is necessary to measure the losses before and after the evaporation. The absorption and scattering loss before evaporation was measured to be typically 0.24%. With antireflection coatings of a measured residual reflection of 0.08% the loss per coating was found to be around 0.25%. Measurements of several such plates showed that the absorption and scattering loss is typically increased by the antireflection coating by a factor of 2 to 5 compared to the uncoated plates, depending somewhat on other requirements such as hardness and durability of the coatings.

ACKNOWLEDGMENTS

Acknowledgment are due to P. Blaser for carrying out much of the experimental work and to R. Dändliker for helpful discussions.

[6] The coatings were manufactured by the Balzers Company, Balzers, Fürstentum Liechtenstein.

LEBENSLAUF

Hanspeter Brändli

Am 4. September 1938 wurde ich als Sohn des Albert und der Margrith Brändli-Falb in Bern geboren. Nach fünf Jahren siedelten wir nach Cham, Kanton Zug, über, wo ich sechs Jahre die Primarschule besuchte.

Im Jahre 1951 trat ich in die Kantonsschule Zug ein, wo ich 1957 die Maturitätsprüfung, Typus B, ablegte. Nach einem Jahr Militärdienst begann ich das Studium an der Abteilung für Mathematik und Physik der ETH. In den Semesterferien arbeitete ich verschiedene Male als Praktikant in der Firma Landis und Gyr, Zug, und während zwei Monaten in der CERN-ETH Gruppe in Genf. Im Frühjahr 1963 erwarb ich das Diplom in der Fachrichtung Experimentalphysik. Als Diplomarbeit untersuchte ich die inelastische Neutronenstreuung an Mg^{24}, wobei die Messungen einen Beitrag zur Abklärung der Frage nach der Gültigkeit verschiedener Kernmodelle lieferten.

Nach einer kurzen Lehrtätigkeit am Gymnasium Freudenberg, Zürich, trat ich im Herbst 1963 als Assistent ins Institut für angewandte Physik der Universität Bern ein. Hier war ich am Aufbau einer Forschungsgruppe auf dem Gebiet der Laserphysik beteiligt. Neben der Betreuung von Diplomarbeiten, die sich auf Untersuchungen an Festkörperlasern bezogen, bildeten Grundlagenuntersuchungen an He-Ne-Lasern und der Aufbau eines Frequenzstabilisierungs-Systems für He-Ne-Laser mein engeres Arbeitsgebiet.